

Übungsblatt 4

Aufgabe 1

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie.

- (a) Es gibt unendlich viele Funktionen f , so dass μf primitiv rekursiv ist.
- (b) Es gibt eine WHILE-berechenbare Funktion f , die total ist, aber für die μf nicht LOOP-berechenbar ist.
- (c) Für jede nicht totale Funktion f ist μf ebenfalls nicht total.
- (d) Sei $f : \mathbb{N}^{k+1} \rightarrow \mathbb{N}$ ($k \geq 1$) eine (Turing-)berechenbare Funktion. Für jedes k -Tupel $\bar{x} = (x_1, \dots, x_k) \in \mathbb{N}^k$ sei $f_{\bar{x}} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ eine totale, surjektive Funktion, wobei $f_{\bar{x}}$ definiert ist durch $f_{\bar{x}}(n) = f(n, x_1, \dots, x_k)$. Dann ist μf total.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie μf für die folgenden Funktionen.

- (a) $f(n, x) = n + x$
- (b) $f(n, x) = x - n$
- (c) $f(n, x, y) = x - n \cdot y$
- (d) $f(n, x, y, z) = 5^x + y - z^5 \cdot n$
- (e) $f(n, x, y, z) = (y - 5n^2) + (x + z) \cdot n$
- (f) $f(n, x, y) = \max(2n, x, y) - n$

Aufgabe 3

Beweisen Sie, dass folgende Funktionen μ -rekursiv sind:

- (a) $f(x, y) = \lceil \log_y(x) \rceil, y \geq 2$ (hierbei sei $\log_y(0) = 0$)
- (b) $g(x, y) = \begin{cases} y & \text{wenn } x = 0, \\ \text{undefiniert} & \text{sonst.} \end{cases}$