Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Seien $A, B, C \subseteq \Sigma^*$. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

(a) Sei $A \cap B = C$. Wenn A und C regulär sind, dann ist B regulär.

(b) Sei $A \cup B = C$. Wenn A und C regulär sind, dann ist B regulär.

(c) Sei $A \cdot B = C$. Wenn A und C regulär sind, dann ist B regulär.

Aufgabe 2. Prüfen Sie für jede der folgenden binären Relationen, welche der Eigenschaften *reflexiv*, *symmetrisch* und *transitiv* erfüllt sind. Handelt es sich um Äquivalenzrelationen?

(a) " $\leq$ " auf Σ^* mit $v \leq w$ genau dann, wenn es $u, x \in \Sigma^*$ gibt mit $uvx = w$.

(b) " $<$ " auf Σ^* mit $v < w$ genau dann, wenn $|v| < |w|$.

(c) $R_n \subseteq \{a, b\}^* \times \{a, b\}^*$ für ein $n \geq 2$ mit $v \; R_n w$ genau dann, wenn die Anzahl der $a's$ in v und die Anzahl der $a's$ in w den gleichen Rest bei Division durch n liefern.

(d) $R \subseteq (\Sigma^*)^{10} \times (\Sigma^*)^{10}$ mit $(v_1, \ldots, v_{10}) \; R \; (w_1, \ldots, w_{10})$ genau dann, wenn $v_i \; R_i \; w_i$ $(1 \leq i \leq 10)$, wobei alle R_i Äquivalenzrelationen sind.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass für jede Äquivalenzrelation $R \subseteq A \times A$ die Menge aller Äquivalenzklassen eine Partition der Menge A bilden, d.h. jedes Element $x \in A$ liegt in genau einer Äquivalenzklasse.

Aufgabe 4. Betrachten Sie die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$. Wie sehen die Myhill-Nerode-Äquivalenzklassen bezüglich L aus?

Aufgabe 5. Beweisen oder widerlegen Sie, welche der folgenden Sprachen regulär sind. Wenn ja, geben Sie die Myhill-Nerode-Äquivalenzklassen an.

(a) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^r\}$

(b) $\{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$

(c) $\{(ab)^n \mid n \geq 2\}$