Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Grundlagen der Theoretischen Informatik
SS 2022

Übungsblatt 14

Aufgabe 1. Bestimmen Sie μf für die folgenden Funktionen.

(a) $f(n, x) = n + x$

(b) $f(n, x) = n - x$

(c) $f(n, x) = x - n$

(d) $f(n, x, y) = x - n \cdot y$

Aufgabe 2. Beweisen Sie, dass folgende Funktionen μ-rekursiv sind:

(a) $f(x, y) = \lceil \log_y(x) \rceil$, $y \geq 2$ (hierbei sei $\log_y(0) = 0$)

(b) $g(x, y) = \begin{cases} y & \text{wenn } x = 0, \\ \text{undefiniert} & \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 3. Die Softwarefirma Halting & Co. KG bietet folgende Produkte zur Programmverifikation an.

(a) Produkt A überprüft, ob ein gegebenes Programm auf einer gegebenen Eingabe höchstens 1,000 Rechenschritte durchführt.

(b) Produkt B überprüft, ob ein gegebenes Programm auf einer gegebenen Eingabe höchstens 1 GB Speicher benötigt.

(c) Produkt C überprüft, ob ein gegebenes Programm niemals die Ausgabe 123 produziert.

Welche Produkte kann es tatsächlich geben?

Aufgabe 4. Ein bekanntes Problem aus der Mathematik ist Hilberts zehntes Problem: Gegeben ein Polynom $p(x_1, \ldots, x_n)$ mit ganzzahligen Koeffizienten in n Variablen ($n \geq 1$ beliebig), existieren $x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{Z}$ mit $p(x_1, \ldots, x_n) = 0$? Erst 1970 wurde bewiesen, dass dieses Problem unentscheidbar ist.

(a) Ist Hilberts zehntes Problem semi-entscheidbar?

(b) Ist das Komplement semi-entscheidbar?