

# Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.** Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

- (a)  $2^{\{1,2,3\}} \setminus 2^{\{1,2\}}$
- (b)  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \{m \in \mathbb{N} \mid m \geq n\}$
- (c)  $\bigcup_{a \in \{1,2,3,4,5\}} \{\frac{a}{2}, 1 + \frac{a}{2}\}$
- (d)  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{n, 2n\}$

**Aufgabe 2.** Seien  $A, B, C$  Mengen.

- (a) Angenommen  $A \cap B \neq \emptyset$ ,  $A \cap C \neq \emptyset$  und  $B \cap C \neq \emptyset$ . Gilt dann auch  $A \cap B \cap C \neq \emptyset$ ?
- (b) Was ist mit der Rückrichtung?

**Aufgabe 3.** Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) Wenn  $x \in A \cup B$ , dann ist  $x \in A$  und  $x \in B$ .
- (b) Wenn  $x \in A \cap B$ , dann ist  $x \in A$  oder  $x \in B$ .
- (c)  $|2^{A \times B}| = |2^A \times 2^B|$
- (d) Sei  $A \subseteq B$ . Dann ist  $A \cap B = A$ .

**Aufgabe 4.** Gegeben sei das Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

- (a) Es gibt in  $\Sigma^*$  genau  $2^n$  Wörter der Länge  $n$ .
- (b) Es gibt in  $\Sigma^*$  genau  $2^{n+1} - 1$  Wörter der Länge höchstens  $n$ .

**Aufgabe 5.** Welche Sprachen erzeugen die folgenden Grammatiken?

(a)  $G = (V, \Sigma, P, S)$ , wobei  $V = \{S, A, B\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow aA, B \rightarrow b\}$$

(b)  $G = (V, \Sigma, P, S)$ , wobei  $V = \{S\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und

$$P = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow SS, S \rightarrow ab\}$$

(c)  $G = (V, \Sigma, P, S)$ , wobei  $V = \{S, B, C\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und

$$P = \{S \rightarrow aB, B \rightarrow bC, C \rightarrow Ba, C \rightarrow b\}$$