

Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik, wobei P gegeben ist durch

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASB \mid ab \\ A &\rightarrow aAS \mid a \\ B &\rightarrow Sbs \mid A \mid bb. \end{aligned}$$

Geben Sie eine Grammatik G' in CNF so an, dass $L(G') = L(G)$.

Aufgabe 2. Für ein Wort $w = a_1 \cdots a_n \in \Sigma^*$ (mit $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$) ist das Spiegelwort w^r definiert als $w^r = a_n \cdots a_1$. Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$ kontextfrei sind.

- (a) $L' = \{vcwcv^r \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$
- (b) $L'' = \{wcv^r cv \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

Aufgabe 3. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

- (a) $L_1 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$
- (b) $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (c) $L_3 = L' \cap L''$ (mit L', L'' wie in Aufgabe 2)

Aufgabe 4. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Sei L eine kontextfreie Sprache über Σ und sei $h : \Sigma^* \rightarrow \Gamma^*$ ein Homomorphismus. Dann ist $h(L)$ wieder kontextfrei.
- (b) $L = \{baba^2ba^3b \cdots ba^{n-1}ba^nb \mid n \geq 1\}$ ist nicht kontextfrei.

Hinweis: Nutzen Sie die in (a) gezeigte Abschlusseigenschaft, zusammen mit Aufgabe 3 Teil (a).