Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 13

Aufgabe 1. Sei Σ ein beliebiges Alphabet. Ist das folgende Problem entscheidbar?
Gegeben: Ein nichtdeterministischer Kellerautomat M_1 mit beschränktem Keller (d.h. für jede Konfiguration (z, x, γ) ist $|\gamma| \leq K$ für ein festes K) und ein NFA M_2.
Frage: Gilt $L(M_1) \subseteq L(M_2)$?

Aufgabe 2. Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ in Chomsky-Normalform über $\Sigma = \{a, b\}$ mit $V = \{S, X, Y, A, B\}$, wobei P gegeben ist durch:

$$
\begin{aligned}
S &\to a \mid b \mid AA \mid BB \mid XA \mid YB \\
X &\to AS \\
Y &\to BS \\
A &\to a \\
B &\to b
\end{aligned}
$$

Überprüfen Sie mit dem Algorithmus aus der Vorlesung, ob $L(G)$ endlich ist.

Aufgabe 3 (Wiederholung)**.** Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(a) Sei L eine reguläre Sprache. Dann gilt

- L wird durch eine reguläre Grammatik erkannt
- L wird durch einen Kellerautomaten erkannt
- L enthält das leere Wort ε

(b) Sei $L = \{a^n b^m \mid \max(n, m) \leq 10\}$. Es gilt

- L ist regulär
- L ist kontextfrei
- L ist endlich

(c) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Betrachte $L = \{aw \mid w \in \Sigma^*\}$ und $K = \{bw \mid w \in \Sigma^*\}$. Es gilt

- $\Sigma^* \setminus L = K$
- $\Sigma^+ \setminus L = K$
- $L \cap K = \varnothing$

(d) Für die regulären Ausdrücke $\alpha = a(bb)^*a$ und $\beta = ab^*a$ gilt

- $L(\alpha) \cap L(\beta) = \varnothing$
- $L(\alpha) \subseteq L(\beta)$
- $L(\alpha) \supseteq L(\beta)$

(e) Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine kontextfreie Sprache. Dann gilt

- $L \setminus \{\varepsilon\}$ ist kontextfrei
- $\Sigma^* \setminus L$ ist kontextfrei
- L wird durch einen nicht-deterministischen Kellerautomat erkannt

(f) Eine Grammatik in Chomsky-Normalform

- ist eine reguläre Grammatik
- ist eine kontextfreie Grammatik.
- ist eine kontextsensitive Grammatik.

(g) Die Sprache $L = \{a^p \mid p \in P\}$ ist regulär, wenn

- P endlich ist
- $P = \{2k + 1 \mid k \in \mathbb{N}\} \cup \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$
- $P = \{k^2 \mid k \in \mathbb{N}\}$

(h) Sei R_L die Myhill-Nerode-Äquivalenzrelation einer Sprache $L \subseteq \Sigma^*$. Es gilt

- $\text{index}(R_L) < \infty$
- Wenn L regulär ist, dann hat jeder DFA für L mindestens $\text{index}(R_L)$ Zustände.
- $x \; R_L \; x$ für alle $x \in \Sigma^*$.

(i) Welche der folgenden Objekte sind Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$?

- $\varnothing$
- ε
- $\{\varepsilon\}$

(j) Welche der folgenden Sprachen sind regulär?

- $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$
- $\{a^n a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
- $\{a^n a^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

(k) Sei M ein NFA. Dann gilt

- M hat genau einen Anfangszustand
- M hat mindestens einen Endzustand
- Es gibt einen DFA, der die gleiche Sprache akzeptiert wie M