

Übungsblatt 2

Aufgabe 1. Begründen Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind:

1. Jede reguläre Sprache ist dünn.
2. Jede endliche Vereinigung dünner Sprachen ist dünn.
3. Jeder endliche Schnitt nicht dünner Sprachen ist nicht dünn.
4. Endliche Schnitte nicht dünner Sprachen, welche paarweise nicht dünnen Schnitt haben, sind nicht dünn.
5. Jede unendliche Vereinigung dünner Sprachen ist dünn.
6. Sei $|\Sigma| \geq 2$. Das Komplement dünner Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ ist stets nicht dünn.
7. Sei $|\Sigma| \geq 2$. Das Komplement nicht dünner Sprachen $L \subseteq \Sigma^*$ ist stets dünn.
8. Die Menge der Primzahlen in Binärdarstellung ist dünn.

Aufgabe 2 (Orakel-Turingmaschinen).

1. Sei P ein \mathbf{P} -vollständiges Problem. Ordnen Sie die folgenden Komplexitätsklassen bezüglich der Relation \subseteq :

$$\mathbf{PSPACE}, \mathbf{NP}^P, \mathbf{P}^{\mathbf{SAT}}, \mathbf{NP}, \mathbf{P}, \mathbf{P}^P$$

2. Zeigen Sie, dass mit Hilfe eines \mathbf{NP} -Orakels die lexikographisch kleinste erfüllende Belegung einer erfüllbaren booleschen Formel in deterministischer Polynomialzeit berechnet werden kann (die Fragestellung ist also in $\mathbf{P}^{\mathbf{NP}}$).

Dabei ist $x_1 = 0, \dots, x_n = 0$ die kleinste, $x_1 = 0, \dots, x_{n-1} = 0, x_n = 1$ die zweitkleinste usw. Belegung.

Aufgabe 3 (Oblivious-Turingmaschinen). Sei M eine Turingmaschine mit einem Arbeitsband. Zeigen Sie, dass es eine Turingmaschine M' gibt, die *oblivious* ist und M in Zeit $O(n^2)$ simuliert.

Dabei ist eine Turingmaschine *oblivious*, wenn die Folge der Bewegungen der Schreib-Leseköpfe nur von der Eingabelänge des Wortes abhängt, nicht vom eigentlichen Inhalt. Literatur finden Sie unter [PF79] und [AB09, Seiten 17-18].

Literatur

- [AB09] Sanjeev Arora and Boaz Barak. *Computational complexity: a modern approach*. Cambridge University Press, 2009.
- [PF79] Nicholas Pippenger and Michael J Fischer. Relations among complexity measures. *Journal of the ACM (JACM)*, 26(2):361–381, 1979.