

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass es zu jeder Sprache  $L \in \mathbf{P}$  eine polynomielle Familie  $C = (C_n)_{n \geq 0}$  von Schaltkreisen gibt mit  $L = L(C)$  (Lemma 7, Folie 35).

*Hinweis:* Nutzen Sie oblivious Turingmaschinen.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass jeder monotone Schaltkreis eine monotone Funktion berechnet.

**Aufgabe 3.** Sei  $f: \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$  mit  $n \geq 1$  eine monotone Funktion. Zeigen Sie, dass es einen monotonen Schaltkreis mit höchstens  $2^n + 2^{n-1} - 2$  Gattern gibt, der  $f$  berechnet.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass CLIQUE  $\mathbf{NP}$ -vollständig ist.

**Aufgabe 5 (HORNSAT).** Eine *Horn-Klausel* ist eine Klausel, die höchstens ein positives Literal besitzt. Eine *Horn-Formel* ist eine Konjunktion von Horn-Klauseln.

Zeigen Sie, dass das folgende Problem HORNSAT  $\mathbf{P}$ -vollständig ist.

**Eingabe:** Eine Horn-Formel  $\phi$ .

**Frage:** Ist  $\phi$  erfüllbar?