Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Für ein Wort $w = a_1 \cdots a_n \in \Sigma^*$ (mit $a_1, \dots, a_n \in \Sigma$) ist das Spiegelwort w^r definiert als $w^r = a_n \cdots a_1$. Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$ kontextfrei sind.

(a) $L' = \{vcwcw^r \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

(b) $L'' = \{wcw^r cv \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

Aufgabe 2. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

(a) $L_1 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$

(b) $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

(c) $L_3 = L' \cap L''$ (mit L', L'' wie in Aufgabe 1)

Aufgabe 3. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Sei L eine kontextfreie Sprache über Σ und sei $h : \Sigma^* \to \Gamma^*$ ein Homomorphismus. Dann ist $h(L)$ wieder kontextfrei.

(b) $L = \{baba^2ba^3b \cdots ba^{n-1}ba^nb \mid n \geq 1\}$ ist nicht kontextfrei.

Hinweis: Nutzen Sie die in (a) gezeigte Abschlusseigenschaft, zusammen mit Aufgabe 2 Teil (a).

Aufgabe 4. Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ in Chomsky-Normalform über $\Sigma = \{a, b\}$ mit $V = \{S, X, Y, A, B\}$ und den folgenden Produktionen:

$$\begin{aligned} P:\ & S \to a \mid b \mid AA \mid BB \mid XA \mid YB \\ & X \to AS \\ & Y \to BS \\ & A \to a \\ & B \to b \end{aligned}$$

(a) Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob $abbbba \in L(G)$ gilt.

(b) Welche Sprache erzeugt G?