

## Übungsblatt 11

**Aufgabe 1.** Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

- (a) Wenn  $L$  eine Sprache mit  $\text{index}(R_L) = \infty$  ist, dann ist  $L$  kontextfrei.
- (b) Wenn  $L$  eine nicht kontextfreie Sprache ist, dann ist  $\text{index}(R_L) = \infty$ .
- (c) Wenn  $G$  eine Grammatik in CNF ist, dann ist  $L(G)$  kontextfrei und nicht regulär.
- (d) Es existieren kontextfreie Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  so, dass  $L_1 \cap L_2$  auch kontextfrei ist.
- (e) Sei  $L$  eine Sprache mit  $\text{index}(R_L) = \infty$ . Dann gilt für jeden Homomorphismus  $h$  und jede Sprache  $L'$  mit  $h(L') = L$ , dass  $L'$  kontextfrei, aber nicht regulär ist.
- (f) Für jedes nicht unäre Alphabet  $\Sigma$  existieren unendlich viele kontextfreie, nicht reguläre Sprachen  $L_i \subseteq \Sigma^*$  mit folgender Eigenschaft: Sei  $\mathcal{H}$  die Menge aller Homomorphismen  $h : \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$ . Dann ist  $\bigcup_{h \in \mathcal{H}} h(L_i)$  regulär.

**Aufgabe 2.** Geben Sie Kellerautomaten und kontextfreie Grammatiken an, die die folgenden Sprachen akzeptieren.

- (a)  $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
- (b)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid \text{Die Anzahl der } a\text{'s und } b\text{'s ist gleich.}\}$
- (c)  $\{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^r\}$

**Aufgabe 3.** Stellen Sie die folgenden Sprachklassen über dem Alphabet  $\{a, b\}$  in einem Venn-Diagramm dar. Geben Sie zusätzlich Beispielsprachen für alle Teilbereiche in ihrem Diagramm an.

- Reguläre Sprachen
- Kontextfreie Sprachen
- Endliche Sprachen
- Unäre Sprachen (alle Sprachen  $L$  mit  $L \subseteq \{a\}^*$ )