

## Übungsblatt 12

**Aufgabe 1.** Geben Sie einen Kellerautomaten und eine kontextfreie Grammatik an, die die folgende Sprache akzeptiert:

$$L = \{a^m b^n \mid m, n \geq 0, m \neq n\}$$

**Aufgabe 2.** Betrachten Sie noch einmal Aufgabe 2 (c) von Blatt 11. Eine kontextfreie Grammatik, die die Sprache  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^r\}$  erzeugt, ist  $G = (V, \Sigma, P, S)$  mit  $V = \{S\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  und

$$P = \{S \rightarrow \varepsilon \mid a \mid b \mid aSa \mid bSb\}.$$

Wandeln Sie die Grammatik mit dem Verfahren der Vorlesung (Folie 279) in einen PDA um. Überprüfen Sie, ob ihr Automat richtig arbeitet, indem Sie ihn auf den Eingaben

- $w_1 = abbabba$  und
- $w_2 = abb$

laufen lassen.

**Aufgabe 3.** Nutzen Sie Abschlusseigenschaften kontextfreier Sprachen, um zu zeigen oder zu widerlegen, dass folgende Sprachen kontextfrei sind:

(a)  $L_1 = \{a^{n_1} b^{n_1} a^{n_2} b^{n_2} \dots a^{n_k} b^{n_k} \mid n_1, n_2, \dots, n_k, k \geq 0\}$

(b)  $L_2 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$

(c)  $L_3 = \{a^n b^n c^m d^n \mid n, m \geq 0\}$

(d)  $L_4 = \{x^n y^n \mid x, y \in \Sigma, n \geq 0\}$ ,  $\Sigma$  beliebig

*Hinweis:* Sie dürfen das Wissen über die Sprachen von Blatt 10-11 benutzen, von dem Sie wissen, dass sie nicht kontextfrei sind.

- (e) Finden Sie den Fehler in folgendem „Beweis“: Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  ist  $L_n = \{a^n b^n c^n\}$  kontextfrei (sogar regulär), da  $L_n$  eine einelementige Menge ist. Außerdem sind kontextfreie Sprachen unter Vereinigung abgeschlossen. Folglich ist induktiv  $K_n = \bigcup_{k=0}^n L_k$  kontextfrei. Es folgt, dass auch der Grenzwert  $K = \bigcup_{k=0}^{\infty} L_k = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$  kontextfrei ist.