

Übungsblatt 13

Aufgabe 1. Sei Σ ein beliebiges Alphabet. Ist das folgende Problem entscheidbar?

Gegeben: Nichtdeterministische Kellerautomaten M_1 und M_2 mit beschränktem Keller (d.h. für jede Konfiguration (z, x, γ) ist $|\gamma| \leq K$ für ein festes K).

Frage: Gilt $L(M_1) \subseteq L(M_2)$?

Aufgabe 2. Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ in Chomsky-Normalform über $\Sigma = \{a, b\}$ mit $V = \{S, X, Y, A, B\}$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \rightarrow AA \mid BB \mid XA \mid YB$$

$$X \rightarrow AS$$

$$Y \rightarrow BS$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

Überprüfen Sie mit dem Algorithmus aus der Vorlesung, ob $L(G)$ endlich ist.

Aufgabe 3 (Mehr zu Abschlusseigenschaften). Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ ein Alphabet. Zu welchen der drei Klassen

- deterministisch kontextfrei
- kontextfrei, aber nicht deterministisch kontextfrei
- nicht kontextfrei

gehören folgende Sprachen über Σ ?

(a) $L_a = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält mindestens eines der Teilwörter } ba, cb, ac, ca \text{ oder } \#_a(w) \neq \#_b(w)\}$

(b) $L_b = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \text{ ist ungerade} \Rightarrow \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$

(c) $L_c = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält mindestens eines der Teilwörter } ba, cb, ac, ca \text{ oder } \#_a(w) \neq \#_b(w) \text{ oder } \#_b(w) \neq \#_c(w)\}$

Beweisen Sie Ihre Antwort ausschließlich mit Hilfe der Abschlusseigenschaften (deterministisch) kontextfreier Sprachen, d.h. Sie dürfen nicht das Pumping-Lemma, kontextfreie Grammatiken oder Automaten verwenden. Sie dürfen jedoch verwenden, dass folgende Sprachen zu folgenden Klassen gehören:

$$L_1 = \{a^m b^m c^n \mid m, n \geq 0\} \quad (\text{deterministisch kontextfrei})$$

$$L_2 = \{a^m b^n c^n \mid m, n \geq 0\} \quad (\text{deterministisch kontextfrei})$$

$$L_3 = \{a^l b^m c^n \mid l, m, n \geq 0\} \quad (\text{regulär})$$

$$L_4 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} \quad (\text{nicht kontextfrei})$$

$$L_5 = \{w \in \Sigma^* \mid \#_a(w) \text{ ist gerade}\} \quad (\text{regulär})$$

Aufgabe 4 (Fragestunde). Notieren Sie sich Fragen zu FSA und stellen Sie dem Übungsleiter Ihre Fragen!