

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Zeigen Sie die folgenden Äquivalenzen mit Hilfe der Äquivalenzregeln aus der Vorlesung (siehe Folien 64–65):

a) $\neg A \wedge B \wedge C \equiv \neg A \wedge ((C \wedge D) \vee (C \wedge \neg D)) \wedge (A \vee B)$

b) $A \wedge \neg(B \vee (C \wedge \neg D)) \equiv (\neg A \vee B \vee C) \rightarrow \neg(A \wedge D \rightarrow B)$

Aufgabe 2. Zu jeder aussagenlogischen Formel existieren äquivalente Formeln in konjunktiver und disjunktiver Normalform, die jedoch exponentiell größer als die Ausgangsformel sein können. Die *Länge* einer Formel F in KNF (oder DNF) ist die Anzahl der Klauseln (bzw. Konjunktionsterme) in F .

a) Betrachte $F_n = \bigwedge_{i=1}^n (A_{2i-1} \leftrightarrow A_{2i})$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass jede zu F_n äquivalente Formel in DNF mindestens Länge 2^n hat. Was können Sie über $\neg F_n$ aussagen?

b) Betrachte $F_1 = \neg A_1$ und $F_{n+1} = F_n \leftrightarrow \neg A_{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass jede zu F_n äquivalente Formel in DNF oder KNF mindestens Länge 2^{n-1} hat.

Aufgabe 3. Zeigen Sie die folgenden Behauptungen durch geeignetes Anwenden des Markierungsalgorithmus.

a) Die folgende Formel ist erfüllbar:

$$(1 \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \wedge (A \wedge B \wedge C \rightarrow D) \\ \wedge (D \wedge E \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow 0)$$

b) Die folgende Formel ist gültig:

$$(A \wedge D \wedge \neg I) \vee (B \wedge \neg D \wedge E) \vee (\neg A \wedge B \wedge C \wedge H) \vee (\neg E \wedge F) \\ \vee (\neg C \wedge F) \vee (G \wedge \neg H) \vee \neg B \vee \neg F \vee \neg G \vee I$$

c) $B \wedge D \rightarrow A, B \wedge G \rightarrow F, A \wedge C \wedge F \rightarrow E, B, D \models E \vee \neg G \vee (\neg C \wedge D)$