Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Compilerbau I
SS 2015

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Sei $G = (\{S\}, \{\mathbf{if}, \mathbf{then}, \mathbf{else}, a, b\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{array}{ll} S \to & a \mid \\ & \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ S \mid \\ & \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ S\ \mathbf{else}\ S \end{array}$$

- Konstruieren Sie den Item-Kellerautomaten zu G.
- Geben Sie eine akzeptierende Konfigurationsfolge an für

$$\mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ a\ \mathbf{else}\ a$$

- Zeigen Sie, dass G mehrdeutig ist.
- Geben Sie eine eindeutige Grammatik G' an mit $L(G') = L(G)$.

Aufgabe 2 Sei $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{array}{lclcl} S & \to & AB & \mid & BC \\ A & \to & BA & \mid & a \\ B & \to & CC & \mid & b \\ C & \to & AB & \mid & a \end{array}$$

- Konstruieren Sie den Item-Kellerautomaten zu G.
- Wie viele akzeptierende Konfigurationsfolgen gibt es für $babaab$?

Aufgabe 3 Sei $G = (\{S\}, \{a, +, *\}, P, S)$ die bereits bekannte Postfix-Grammatik, wobei P gegeben ist durch:

$$S \to SS+ \mid SS* \mid a$$

- Konstruieren Sie den Shift-Reduce-Parser zu G.
- Geben Sie eine akzeptierende Konfigurationsfolge für $aa + a*$ an.
- Ist der Shift-Reduce-Parser deterministisch?

Aufgabe 4 Beweisen Sie folgende Aussage aus dem Skript: Für jedes Item $[A \to \alpha \bullet B\beta]$ des Item-Kellerautomaten gilt:

$$([A \to \alpha \bullet B\beta], w) \vdash^* ([A \to \alpha B \bullet \beta], \epsilon) \Leftrightarrow B \to^* w$$

Sie können der Einfachheit halber annehmen, dass die Grammatik, aus der der Item-Kellerautomat konstruiert wurde, in Chomsky-Normalform vorliegt.

Lösung: Sei $G = (\Sigma, N, P, S)$ die Grammatik, aus der der Item-Automat enstanden ist. Seien $\alpha, \beta \in (\Sigma \cup N)^*$, $w \in \Sigma^*$ und $A, B \in N$.

$\Rightarrow$ Wir machen eine Induktion über die Länge von w und schauen uns an, aus welchen Zwischenschritten

$$([A \to \alpha \bullet B\beta], w) \quad \vdash^* \quad ([A \to \alpha B \bullet \beta], \epsilon)$$

enstanden ist. Am Anfang kommt nur ein Expand-Schritt in Frage, also muss es ein $B \to \gamma \in P$ geben, sodass

$$([A \to \alpha \bullet B\beta], w) \quad \vdash \quad ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet\gamma], w)$$

Für den letzten Schritt kommt nur ein Reduce-Schritt in Frage, also:

$$\begin{aligned} ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet\gamma], w) \quad &\vdash^* \quad [A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \gamma\bullet], \epsilon) \\ &\vdash \quad ([A \to \alpha B \bullet \beta], \epsilon) \end{aligned}$$

Unsere Aufgabe besteht nun darin, die Form von w herauszufinden, indem wir die möglichen Konfigurationen verfolgen. Da wir wissen, dass G in CNF vorliegt, gibt es nur drei Fälle für $B \to \gamma$.

- $B = S$ und $S \to \epsilon$. Dann folgt unmittelbar auch $S \to^* \epsilon$.
- $\gamma = a$ für $a \in \Sigma$. In diesem Fall ist ein Shift der einzige mögliche Übergang:

  $$([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet a], w) \quad \vdash \quad ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to a\bullet], \epsilon)$$

  Somit gilt $w = a$ und $B \to^* a = w$.
- $\gamma = A_1A_2$ für $A_1, A_2 \in N$. Wir haben also

  $$([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet A_1A_2], w) \quad \vdash^* \quad ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to A_1A_2\bullet], \epsilon)$$

  Damit dies möglich ist, muss es $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ geben, sodass

  $$([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet A_1A_2], w) \quad \vdash^* \quad ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to A_1 \bullet A_2], w_2)$$

und $w = w_1 w_2$. Da G in CNF vorliegt, gilt $A_1 \not\rightarrow^* \epsilon$ und $A_2 \not\rightarrow^* \epsilon$, also $|w_1|, |w_2| < |w|$. Darum können wir die Induktionsvoraussetzung auf w_1 und w_2 anwenden und erhalten:

$$([B \to \bullet A_1 A_2], w_1) \quad \vdash^* \quad ([B \to A_1 \bullet A_2, \epsilon])$$

gdw. $A_1 \to^* w_1$ (analog für A_2 und w_2). Insgesamt erhalten wir $B \to A_1 A_2 \to^* w_1 w_2 = w$.

$\Leftarrow$ Sei $B \to^* w$. Wir müssen nun erreichen, dass w vom Item-Automat gelesen wird. Dazu verwenden wir wieder eine Induktion über die Länge von w. Da G in CNF ist, gibt es für den ersten Ableitungsschritt $B \to \gamma \to^* w$ wieder drei Fälle:

- $S \to \epsilon = w$. Es kommt nur

$$\begin{aligned} ([S' \to \bullet S], \epsilon) \; &\vdash \; ([S' \to \bullet S][S \to \bullet], \epsilon) \\ &\vdash \; ([S' \to S \bullet], \epsilon) \end{aligned}$$

  in Frage.

- $B \to a = w$ für $a \in \Sigma$. Dann erhalten wir

$$\begin{aligned} ([A \to \alpha \bullet B\beta], a) \; &\vdash \; ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet a], a) \\ &\vdash \; ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to a \bullet], \epsilon) \\ &\vdash \; ([A \to \alpha B \bullet \beta], \epsilon) \end{aligned}$$

  .

- $B \to A_1 A_2 \to^* w$ für $A_1, A_2 \in N$. Es muss also gelten, dass $w = w_1 w_2$ mit $A_1 \to^* w_1$ und $A_2 \to^* w_2$. Zunächst gilt

$$([A \to \alpha \bullet B\beta], w_1 w_2) \quad \vdash \quad ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet A_1 A_2], w_1 w_2)$$

  Da G in CNF ist (also $|w_1|, |w_2| < |w|$), können wir die Induktionsvoraussetzung auf w_1 und w_2 anwenden. Demnach gilt $A_1 \to^* w_1$ gdw.

$$([B \to \bullet A_1 A_2], w_1) \quad \vdash \quad ([B \to A_1 \bullet A_2], \epsilon)$$

  (analog für A_2 und w_2). Wir erhalten also

$$\begin{aligned} ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to \bullet A_1 A_2], w_1 w_2) \; &\vdash^* \; ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to A_1 \bullet A_2], w_2) \\ &\vdash^* \; ([A \to \alpha \bullet B\beta][B \to A_1 A_2 \bullet], \epsilon) \\ &\vdash \; ([A \to \alpha B \bullet \beta], \epsilon) \end{aligned}$$