Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Compilerbau I
SS 2015

Übungsblatt 11

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass jede $LL(k)$-Grammatik für alle $k \in \mathbb{N}$ eindeutig ist.

Lösung: Sei $G = (\Sigma, N, P, S)$ eine nicht eindeutige Grammatik. Dann gibt es ein $uvw \in L(G)$ mit $S \to^* uA\beta \to^* uvw$ so, dass $A \to \alpha \to^* v$, $A \to \alpha' \to^* v$, $\beta \to^* w$, $A \to \alpha, A \to \alpha' \in P$ und $\alpha \neq \alpha'$. Somit gilt aber $(First_k(\alpha\beta) \cap First_k(\alpha'\beta)) \supseteq (First_k(vw) \cap First_k(vw)) \neq \varnothing$ für jedes $k \in \mathbb{N}$, weshalb G nicht $LL(k)$ sein kann.

Aufgabe 2 Sei $G = (\{a\}, \{S, A, B, C\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \to AB \mid a$$
$$A \to a$$
$$C \to SA$$

1. Führen Sie den Algorithmus zur Reduktion einer kontextfreien Grammatik für G durch.

   Lösung: Algorithmus zum Bestimmen produktiver Nichtterminale:

	$S \to AB$	$S \to a$	$A \to a$	$C \to SA$
count:	2	0	0	2
$W = \{S \to a, A \to a\}$, $result = \varnothing$				
Runde 1: $S \to a$				
count:	2	0	0	1
$W = \{A \to a\}$, $result = \{S\}$				
Runde 2: $A \to a$				
count:	1	0	0	0
$W = \{C \to SA\}$, $result = \{S, A\}$				
Runde 3: $C \to SA$				
count:	1	0	0	0
$W = \varnothing$, $result = \{S, A, C\}$				

   B ist nicht produktiv, weshalb $S \to AB$ entfernt wird: Sei $G' = (\{a\}, \{S, A, C\}, P', S)$, wobei P' gegeben ist durch:

$$S \to a$$
$$A \to a$$
$$C \to SA$$

Nach dem Entfernen der nun nicht erreichbaren Nichtterminale erhalten wir $G'' = (\{a\}, \{S\}, P', S)$, wobei P'' gegeben ist durch:

$$S \to a$$

2. Wie sieht die resultierende Grammatik aus, wenn Sie zuerst die nicht erreichbaren und dann die nicht produktiven Nichtterminalsymbole entfernen?

Lösung: Nach dem Entfernen der nicht erreichbaren Nichtterminale erhalten wir: $G' = (\{a\}, \{S, A, B\}, P', S)$, wobei P' gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\to AB \mid a \\ A &\to a \end{aligned}$$

Bestimmen der produktiven Nichtterminale:

	$S \to AB$	$S \to a$	$A \to a$
count:	2	0	0
$W = \{S \to a, A \to a\}$, $result = \varnothing$			
Runde 1: $S \to a$			
count:	2	0	0
$W = \{A \to a\}$, $result = \{S\}$			
Runde 2: $A \to a$			
count:	1	0	0
$W = \varnothing$, $result = \{S, A\}$			

Somit erhalten wir $G'' = (\{a\}, \{S, A\}, P', S)$, wobei P'' gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\to a \\ A &\to a \end{aligned}$$

Es bleibt also ein nicht erreichbares Nichtterminalzeichen übrig.

Aufgabe 3 Sei $G = (\{a, +, (,)\}, \{S, F\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\to (S + F) \\ S &\to F \\ F &\to a \end{aligned}$$

1. Bestimmen Sie $First_1$ für jedes Nichtterminal.

   Lösung:

$0:$	$First_1(S)$	$\supseteq \varnothing$
	$First_1(F)$	$\supseteq \varnothing$
$1:$	$First_1(S)$	$\supseteq First_1(F) \cup First_1((S+F))$
		$\supseteq \varnothing \cup First_1(\{(\} \circ \varnothing \circ \{+\} \circ \varnothing \circ \{)\})$
		$= \varnothing$
	$First_1(F)$	$\supseteq First_1(a) = \{a\}$
$2:$	$First_1(S)$	$\supseteq First_1(F) \cup First_1((S+F))$
		$\supseteq \{a\} \cup First_1(\{(\} \circ \varnothing \circ \{+\} \circ \{a\} \circ \{)\})$
		$= \{a\}$
$3:$	$First_1(S)$	$\supseteq First_1(F) \cup First_1((S+F))$
		$\supseteq \{a\} \cup First_1(\{(\} \circ \{a\} \circ \{+\} \circ \{a\} \circ \{)\})$
		$= \{a\} \cup \{(\} = \{a, (\}$

2. Bestimmen Sie die Expansion-Übergänge des erweiterten Itemkellerautomaten für $k = 1$.

   Lösung:

$$\{([S' \to \bullet S, \{\epsilon\}], \epsilon, [S' \to \bullet S, \{\epsilon\}][S \to \bullet F, \{\epsilon\}]),$$
$$([S' \to \bullet S, \{\epsilon\}], \epsilon, [S' \to \bullet S, \{\epsilon\}][S \to \bullet(S+F), \{\epsilon\}]),$$
$$([S \to \bullet F, \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to \bullet F, \{\epsilon\}][F \to \bullet a, \{\epsilon\}]),$$
$$([S \to (\bullet S+F), \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to (\bullet S+F), \{\epsilon\}][S \to \bullet F, \{+\}]),$$
$$([S \to (\bullet S+F), \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to (\bullet S+F), \{\epsilon\}][S \to \bullet(S+F), \{+\}]),$$
$$([S \to (S+\bullet F), \{\epsilon\}], \epsilon, [S \to (S+\bullet F), \{\epsilon\}][F \to \bullet a, \{)\}]),$$
$$([S \to \bullet F, \{+\}], \epsilon, [S \to \bullet F, \{+\}][F \to \bullet a, \{+\})$$
$$([S \to (\bullet S+F), \{+\}], \epsilon, [S \to (\bullet S+F), \{+\}][S \to \bullet F, \{+\}]),$$
$$([S \to (\bullet S+F), \{+\}], \epsilon, [S \to (\bullet S+F), \{+\}][S \to \bullet(S+F), \{+\}]),$$
$$([S \to (S+\bullet F), \{+\}], \epsilon, [S \to (S+\bullet F), \{+\}][F \to \bullet a, \{)\}])\}$$

3. Bestimmen Sie die Vorausschautabelle für $k = 1$.

   Lösung:

	a	$+$	$($	$)$	ϵ
$[S' \to \bullet S, \{\epsilon\}]$	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
$[S \to \bullet F, \{\epsilon\}]$	$F \to a$				
$[S \to (\bullet S+F), \{\epsilon\}]$	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
$[S \to (S+\bullet F), \{\epsilon\}]$	$F \to a$				
$[S \to \bullet F, \{+\}]$	$F \to a$				
$[S \to (\bullet S+F), \{+\}]$	$S \to F$		$S \to (S+F)$		
$[S \to (S+\bullet F), \{+\}]$	$F \to a$				

4. Handelt es sich um eine $LL(1)$-Grammatik?

   Lösung: Ja, denn jede Zelle der Vorausschautabelle hat höchstens einen Eintrag.