

Übungsblatt 12

Aufgabe 1 Sei $G = (\{a, +, (,)\}, \{S, F\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$S \rightarrow (S + F)$$

$$S \rightarrow F$$

$$F \rightarrow a$$

- Berechnen Sie $Follow_1$ für alle Nichtterminale von G .

Lösung:

$$\begin{array}{lcl}
 0 : & Follow_1(S) & \supseteq \{\epsilon\} \\
 & Follow_1(F) & \supseteq \emptyset \\
 \hline
 1 : & Follow_1(S) & \supseteq \{\epsilon\} \cup First_1(+F)) \odot Follow_1(S) \\
 & & \supseteq \{\epsilon, +\} \\
 & Follow_1(F) & \supseteq First_1()) \odot Follow_1(S) \cup First_1(\epsilon) \odot Follow_1(S) \\
 & & \supseteq \{\}) \cup \{\epsilon\} = \{), \epsilon\} \\
 \hline
 2 : & Follow_1(F) & \supseteq First_1()) \odot Follow_1(S) \cup First_1(\epsilon) \odot Follow_1(S) \\
 & & \supseteq \{\}) \cup \{\epsilon, +\} = \{), \epsilon, +\} \\
 \hline
 \end{array}$$

Damit erhalten wir:

$$Follow_1(S) = \{\epsilon, +\}$$

$$Follow_1(F) = \{\epsilon, +,)\}$$

- Bestimmen Sie die Vorausschautabelle für stark $LL(1)$.

Lösung:

	a	$+$	$($	$)$	ϵ
S	$S \rightarrow F$		$S \rightarrow (S + F)$		
F	$F \rightarrow a$				

Aufgabe 2 Sei $G = (\{id, +, (,)\}, \{E, E', T\}, P, E)$, wobei P gegeben ist durch:

$$E \rightarrow TE'$$

$$E' \rightarrow +TE' \mid \epsilon$$

$$T \rightarrow (E) \mid id$$

Die $First_1$ -Mengen wurden bereits bestimmt als:

$$First_1(E) = First_1(T) = \{id, ($$

$$First_1(E') = \{+, \epsilon\}$$

- Berechnen Sie $Follow_1$ für alle Nichtterminale von G .

Lösung:

0 :	$Follow_1(E)$	$\supseteq \{\epsilon\}$
	$Follow_1(T)$	$\supseteq \emptyset$
	$Follow_1(E')$	$\supseteq \emptyset$
1 :	$Follow_1(E)$	$\supseteq \{\epsilon\} \cup First_1() \odot Follow_1(T)$
		$\supseteq \{\epsilon\} \cup \emptyset$
	$Follow_1(T)$	$\supseteq First_1(E') \odot Follow_1(E') \cup First_1(E') \odot Follow_1(E)$
		$\supseteq \emptyset \cup \{+, \epsilon\} \odot \{\epsilon\}$
		$= \{+, \epsilon\}$
	$Follow_1(E')$	$\supseteq Follow_1(E) \cup Follow_1(E')$
		$\supseteq \{\epsilon\}$
2 :	$Follow_1(E)$	$\supseteq \{\epsilon\} \cup First_1() \odot Follow_1(T)$
		$\supseteq \{\epsilon\} \cup \{\epsilon\} \odot \{+, \epsilon\}$
		$= \{\epsilon, \epsilon\}$
3 :	$Follow_1(E')$	$\supseteq Follow_1(E) \cup Follow_1(E')$
		$\supseteq \{\epsilon, \epsilon\}$
	$Follow_1(T)$	$\supseteq First_1(E') \odot Follow_1(E') \cup First_1(E') \odot Follow_1(E)$
		$\supseteq \{+, \epsilon\} \cup \{+, \epsilon\} \odot \{\epsilon, \epsilon\}$
		$= \{+, \epsilon, \epsilon\}$

Damit erhalten wir:

$$Follow_1(E) = Follow_1(E') = \{\epsilon, \epsilon\}$$

$$Follow_1(T) = \{+, \epsilon, \epsilon\}$$

- Bestimmen Sie die Vorausschautabelle für stark $LL(1)$.

Lösung:

	id	$+$	$($	$)$	ϵ
E	$E \rightarrow TE'$		$E \rightarrow TE'$		
E'		$E' \rightarrow +TE'$		$E' \rightarrow \epsilon$	$E' \rightarrow \epsilon$
T	$T \rightarrow id$		$T \rightarrow (E)$		

Aufgabe 3 Sei $G = (\{a, b\}, N, P, S)$ mit $\{A, S\} \subseteq N$.

Sei $I = [S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$ ein Item des erweiterten Topdown-Kellerautomaten für G mit Lookahead $k = 2$.

- Welcher Lookahead ergibt sich für die Expansion-Schritte für I ?

Lösung:

$$First_2(b) \odot \{ab, aa\} = \{ba\}$$

- Seien außerdem $A \rightarrow \epsilon \mid a$ die einzigen Produktionen für A in P . Bestimmen Sie die Zeile der Vorausschautabelle für I .

Lösung:

	aa	ab	ba	bb	a	b	ϵ
$[S \rightarrow a \bullet Ab, \{ab, aa\}]$		$A \rightarrow a$	$A \rightarrow \epsilon$				

Aufgabe 4 Zeigen Sie, dass für alle $w \in \Sigma^*$ und $k \leq k'$ gilt:

$$k : w = k : k' : w$$

Lösung: Sei $w = a_1 \dots a_n$. Wir unterscheiden die zwei Fälle von $k' : w$.

$k' \geq n$: Dann gilt $k' : w = w$, also auch $k : k' : w = k : w$.

$k' < n$: Dann ist $k' : w = a_1 \dots a_{k'}$ und $k : a_1 \dots a_{k'} = a_1 \dots a_k = k : w$.

Aufgabe 5 Konstruieren Sie den NDEA unter Verwendung des Berry-Sethi-Verfahrens für den regulären Ausdruck

$$r = (a|b)c^*$$

Lösung: Das Durchnummerieren der Alphabetzeichen liefert uns die Blätter a , b und c . Der reguläre Ausdruck kann also auch als $(a|b)_3 c_3^*$ aufgefasst werden. Wir berechnen induktiv die vier Funktionen:

empty:

$$\begin{aligned} \text{empty}(a_1) &= \text{empty}(b_2) = \text{empty}(c_3) = f \\ \text{empty}(a_1|b_2) &= \text{empty}(a_1) \vee \text{empty}(b_2) = f \\ \text{empty}(c_3^*) &= t \\ \text{empty}((a_1|b_2)c_3^*) &= \text{empty}(a_1|b_2) \wedge \text{empty}(c_3^*) = f \end{aligned}$$

first:

$$\begin{aligned} \text{first}(a_1) &= \{1\} \\ \text{first}(b_2) &= \{2\} \\ \text{first}(c_3) &= \{3\} \\ \text{first}(a_1|b_2) &= \text{first}(a_1) \cup \text{first}(b_2) = \{1, 2\} \\ \text{first}(c_3^*) &= \text{first}(c_3) = \{3\} \\ \text{first}((a_1|b_2)c_3^*) &= \text{first}(a_1|b_2) = \{1, 2\} \end{aligned}$$

last:

$$\begin{aligned}
last(a) &= \{1\} \\
last(b) &= \{2\} \\
last(c) &= \{3\} \\
last(a|_1 b|_2) &= last(a|_1) \cup last(b|_2) = \{1, 2\} \\
last(c|_3^*) &= last(c|_3) = \{3\} \\
last((a|_1 b|_2) c|_3^*) &= last(a|_1 b|_2) \cup last(c|_3^*) = \{1, 2, 3\}
\end{aligned}$$

next:

$$\begin{aligned}
next((a|_1 b|_2) c|_3^*) &= \emptyset \\
next(a|_1 b|_2) &= first(c|_3^*) \cup next((a|_1 b|_2) c|_3^*) = \{3\} \cup \emptyset = \{3\} \\
next(c|_3^*) &= next((a|_1 b|_2) c|_3^*) = \emptyset \\
next(a) &= next(a|_1 b|_2) = \{3\} \\
next(b) &= next(a|_1 b|_2) = \{3\} \\
next(c) &= first(c|_3) \cup next(c|_3^*) = \{3\} \cup \emptyset = \{3\}
\end{aligned}$$

Wir erhalten den Automaten $A = (\{a, b, c\}, Q, q_0, F, \Delta)$ mit

$$\begin{aligned}
Q &= q_0 \uplus \{1, 2, 3\} = \{q_0, 1, 2, 3\} \\
F &= last((a|_1 b|_2) c|_3^*) = \{1, 2, 3\} \\
\Delta &= \{(q_0, z, i) \mid z|_i \text{ Blatt und } i \in first((a|_1 b|_2) c|_3^*)\} \\
&\quad \cup \{(i, z', i') \mid z|_i, z'|_{i'} \text{ Blätter und } i' \in next(z|_i)\} \\
&= \{(q_0, a, 1), (q_0, b, 2), (1, c, 3), (2, c, 3), (3, c, 3)\}
\end{aligned}$$