

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie ihre Antwort.

1. Wenn $x \in A \cup B$, dann ist $x \in A$ und $x \in B$.
2. Wenn $x \in A \cap B$, dann ist $x \in A$ oder $x \in B$.
3. $|2^{A \times B}| = |2^A \times 2^B|$.
4. Sei L eine Sprache über Σ . Dann ist $L \cap \Sigma^* = L$.
5. Sei $G = \{\{S\}, \{a\}, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow \varepsilon\}, S\}$. Dann ist $G = \{a^n \mid n \geq 0\}$.

Aufgabe 2. Gegeben ein Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

- (a) Es gibt in Σ^* genau 2^n Wörter der Länge n .
- (b) Es gibt in Σ^* genau $2^{n+1} - 1$ Wörter der Länge höchstens n .

Aufgabe 3.

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $R = \{(a, b), (a, c), (b, c)\}$ eine Relation über Σ . Geben Sie den reflexiv-transitiven Abschluss von R an. Geben Sie eine Äquivalenzrelation an, die R enthält.

Aufgabe 4.

Seien $L, L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$ drei Sprachen über dem Alphabet Σ . Dann ist:

- $L_1 \cdot L_2 = \{uv \mid u \in L_1 \wedge v \in L_2\}$ (die Konkatenation der Sprachen L_1 und L_2)
- $L^0 = \{\varepsilon\}$, $L^1 = L$ und $L^{n+1} = L \cdot L^n$ für $n \geq 0$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n = \{w_1 \dots w_n \mid w_1, \dots, w_n \in L, n \geq 0\}$ (die Sternmenge oder Kleene-Iteration von L)
- $L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n = \{w_1 \dots w_n \mid w_1, \dots, w_n \in L, n \geq 1\}$.

(a) Sei $L_1 = \{0, 11\}$ und $L_2 = \{\epsilon, 010, 111, 01\}$. Geben Sie $L_1 \cdot L_2$ und L_1^* an.

(b) Seien $L_1, L_2 \subseteq \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass die Sprache $C = L_1^* \cdot L_2$ der folgenden Gleichung genügt:

$$C = (L_1 \cdot C) \cup L_2$$

(c) Zeigen Sie, dass $(L_1 \cup L_2)^* = (L_1^* \cdot L_2^*)^*$ gilt.