Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Seien $A, B, C \subseteq \Sigma^*$. Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

(a) Sei $A \cap B = C$. Wenn A und C regulär sind, dann ist B regulär.

(b) Sei $A \cup B = C$. Wenn A und C regulär sind, dann ist B regulär.

(c) Sei $A \cdot B = C$. Wenn A und C regulär sind, dann ist B regulär.

Aufgabe 2. Betrachten Sie die Sprache $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

(a) Bestimmen Sie $\text{index}(R_L)$.

(b) Wie sehen die Myhill-Nerode Äquivalenzklassen bzgl. L aus?

(c) Für den Zweck dieser Aufgabe geben wir die Einschränkung endlicher Zustandsmengen für deterministische Automaten auf, d.h. wir erlauben unendlich viele Zustände. Geben Sie einen solchen deterministischen Automaten für L an, in dem die Zustände den Äquivalenzklassen entsprechen.

Aufgabe 3. Beweisen oder widerlegen Sie, welche der folgenden Sprachen regulär sind. Wenn ja, geben Sie die Myhill-Nerode-Äquivalenzklassen an.

(a) $L_1 = \{a^n b^m \mid n \neq m\}$

(b) $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \bmod 4 \in \{1, 3\}\}$

(c) $L_3 = \{a^p \mid p \text{ ist Primzahl}\}$

(d) $L_4 = \{(ab)^n \mid n \geq 2\}$

(e) $L_5 = \{a^n b a^m \mid (n + m) \text{ ist gerade}\}$

Aufgabe 4. Beweisen Sie, dass es eine nicht-reguläre Sprache L gibt, so dass $L \cdot L$ regulär ist.