

Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Wahr oder falsch?

- (a) Sei L eine Sprache mit $\text{index}(R_L) = \infty$, dann ist L kontextfrei.
- (b) Sei L eine nicht kontextfreie Sprache, dann ist $\text{index}(R_L) = \infty$.
- (c) Sei L eine kontextfreie, nicht reguläre Sprache, dann existiert eine Grammatik G in Chomsky-Normalform (CNF) mit $L(G) = L$.
- (d) Sei G eine Grammatik in CNF. Dann ist $L(G)$ kontextfrei und nicht regulär.
- (e) Es existiert eine Grammatik G in CNF mit $L(G) = \{a^{1024}\}$, die maximal 11 Nicht-Terminalsymbole benutzt.

Aufgabe 2. Gegeben ist die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$\begin{aligned} P : S &\rightarrow ASB \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow aAS \mid a \\ B &\rightarrow SbS \mid A \mid bb. \end{aligned}$$

Geben Sie eine Grammatik G' in CNF an, so dass $L(G') = L(G)$ gilt.

Aufgabe 3. Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b, c\}$ kontextfrei sind.

- (a) $L' = \{vcwcw^r \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$
- (b) $L'' = \{wcw^r cv \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

Hinweis: Für ein Wort $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$ ist das Spiegelwort w^r definiert als $w^r = a_n \dots a_1$.

Aufgabe 4. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

- (a) $L_1 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$
- (b) $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (c) $L_3 = L' \cap L''$