

## Übungsblatt 8

**Aufgabe 1.** Wahr oder falsch?

- (a) Sei  $L$  eine Sprache mit  $\text{index}(R_L) = \infty$ , dann ist  $L$  kontextfrei.
- (b) Sei  $L$  eine nicht kontextfreie Sprache, dann ist  $\text{index}(R_L) = \infty$ .
- (c) Sei  $G$  eine Grammatik in CNF. Dann ist  $L(G)$  kontextfrei und nicht regulär.
- (d) Es existieren kontextfreien Sprachen  $L_1, L_2$ , so dass  $L_1 \cap L_2$  auch kontextfrei ist.

**Aufgabe 2.** Gegeben ist die kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  mit

$$\begin{aligned}P : S &\rightarrow ASB \mid ab \\A &\rightarrow aAS \mid a \\B &\rightarrow SbS \mid A \mid bb.\end{aligned}$$

Geben Sie eine Grammatik  $G'$  in CNF an, so dass  $L(G') = L(G)$  gilt.

**Aufgabe 3.** Beweisen Sie, dass die folgenden Sprachen über  $\Sigma = \{a, b, c\}$  kontextfrei sind.

- (a)  $L' = \{vcwcv^r \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$
- (b)  $L'' = \{wcv^r cw \mid v, w \in \{a, b\}^*\}$

*Hinweis:* Für ein Wort  $w = a_1 \dots a_n \in \Sigma^*$  ist das Spiegelwort  $w^r$  definiert als  $w^r = a_n \dots a_1$ .

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgenden Sprachen nicht kontextfrei sind.

- (a)  $L_1 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$
- (b)  $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
- (c)  $L_3 = L' \cap L''$

**Aufgabe 5.** Gegeben ist die kontextfreie Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  in Chomsky-Normalform über  $\Sigma = \{a, b\}$  mit  $V = \{S, X, Y, A, B\}$  und den folgenden Produktionen:

$$P : S \rightarrow a \mid b \mid AA \mid BB \mid XA \mid YB$$

$$X \rightarrow AS$$

$$Y \rightarrow BS$$

$$A \rightarrow a$$

$$B \rightarrow b$$

- (a) Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob  $abbbba \in L(G)$  gilt.
- (b) Welche Sprache erzeugt  $G$ ?