

Übungsblatt 11

Aufgabe 1. Wahr oder falsch?

- (a) Es gibt überabzählbar unendlich viele Wörter über einem endlichen Alphabet.
- (b) Es gibt abzählbar unendlich viele berechenbare Funktionen $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$.
- (c) Es gibt überabzählbar unendlich viele Funktionen $f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$.
- (d) Die Turingmaschine mit dem Startzustand z_0 , dem Endzustand z_1 und den Transitionen $\delta(z_0, 0) = (z_1, 1, R)$ und $\delta(z_0, 1) = (z_1, 0, R)$ berechnet die Funktion $f : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$, die alle Bits der Eingabe invertiert.

Aufgabe 2. Gegeben die TM $M = (\{z_0, z_1, z_2\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \square\}, \delta, z_0, \square, \{z_2\})$ mit den folgenden Transitionen:

$$\delta(z_0, 0) = (z_0, 0, R)$$

$$\delta(z_0, 1) = (z_0, 1, R)$$

$$\delta(z_0, \square) = (z_1, 0, L)$$

$$\delta(z_1, 0) = (z_1, 0, L)$$

$$\delta(z_1, 1) = (z_1, 1, L)$$

$$\delta(z_1, \square) = (z_2, \square, R)$$

Sei $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ die von M berechnete Funktion.

- (a) Bestimmen Sie $f(2)$, $f(3)$ und $f(6)$ und $f(n)$ für $n \in \mathbb{N}$.
- (b) Welche Funktion berechnet die Turingmaschine M , wenn man die Transition $\delta(z_0, \square) = (z_1, 0, L)$ durch $\delta(z_0, \square) = (z_1, 1, L)$ ersetzt?

Aufgabe 3. Geben Sie (formal) eine Turingmaschine M an, die die Funktion $f : \{a, b\}^* \rightarrow \{a, b\}^*$ mit

$$f(w) = ww$$

berechnet.

Aufgabe 4.

- (a) Geben Sie (formal) Turingmaschinen M_1 bzw. M_2 an, die die Funktionen $f_i : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$f_i(n_1, n_2) = n_i \quad (i = 1, 2)$$

berechnen.

- (b) Geben Sie (formal) eine Turingmaschine an, die die Funktion $f : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$f(n_1, n_2) = \max(n_1, n_2)$$

berechnet. Sie können dazu die Turing-Maschinen M_1 und M_2 aus (a) verwenden.