

## Übungsblatt 13

**Aufgabe 1.** Wahr oder falsch?

- (a) Wenn eine Sprache  $L$  entscheidbar ist, dann ist auch  $\bar{L}$  entscheidbar.
- (b) Jede reguläre Sprache ist entscheidbar.
- (c) Seien  $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  berechenbar. Dann ist  $f \circ g$  berechenbar.
- (d) Die Rückrichtung in (c) gilt.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind. Es dürfen primitiv rekursive Funktionen verwendet werden, die in der Vorlesung bereits besprochen wurden.

- (a)  $f(n) = n!$
- (b)  $g(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$
- (c)  $k(n) = 2^n$
- (d)  $h(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} x_2 & \text{für } x_1 = 0 \\ x_3 & \text{sonst} \end{cases}$

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(m, n) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n+i} j^2$$

primitiv rekursiv ist.

**Aufgabe 4.** Geben Sie für die Sprachen

$$L_1 = \{0\}$$

und

$$L_2 = \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

WHILE-Programme an, die die charakteristische Funktion  $\chi_{L_i}$  und die halbe charakteristische Funktion  $\chi'_{L_i}$  für  $i = 1, 2$  berechnen.

**Aufgabe 5.** Bestimmen Sie  $\mu f$  für die folgenden Funktionen.

(a)  $f(n, x) = n + x$

(b)  $f(n, x) = n - x$

(c)  $f(n, x) = x - n$

(d)  $f(n, x, y) = x - n \cdot y$

**Aufgabe 6.** Beweisen Sie, dass die Funktionen  $f(x) = \lceil \log_2(x) \rceil$  und

$$g(x, y) = \begin{cases} y, & \text{wenn } x = 0, \\ \text{undefiniert,} & \text{sonst.} \end{cases}$$

$\mu$ -rekursiv ist.