

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Beweisen Sie für beliebige Strukturen \mathcal{A} das folgende Lemma:

$Th(\mathcal{A})$ ist entscheidbar, genau dann wenn $Th(\mathcal{A}_{rel})$ entscheidbar ist.

(siehe Folie 27 im Skript)

Aufgabe 2. Betrachten wir die Struktur $(\mathbb{N}, +, \cdot)$. Formulieren Sie folgende Aussagen mit Hilfe der Prädikatenlogik:

- (a) x ist eine Primzahl (mit freier Variable x)
- (b) z ist der ggT von x und y (mit freien Variablen x, y und z)
- (c) x und y sind teilerfremd (mit freien Variablen x, y und z)
- (d) Es gibt keine größte Primzahl
- (e) Jede Zahl außer 1 ist das Produkt einer Primzahl und einer nat. Zahl
- (f) Jede Primzahl außer 2 ist ungerade
- (g) Die Goldbach'sche Vermutung
- (h) Es gibt unendlich viele Primzahlzwillinge

Aufgabe 3. Betrachten Sie die Struktur $(\mathbb{N}, +, \cdot, s, 0)$. Verdeutlichen Sie sich das Prinzip von Gödels β -Funktion (Folie 31 im Skript) und beschreiben Sie mit deren Hilfe die folgenden Aussagen:

- (a) $x^y = z$ (mit freien Variablen x, y und z)
- (b) Formulieren Sie den großen fermatschen Satz und das Collatz Problem