

## Übungsblatt 1 (Wiederholung Logik I)

**Aufgabe 1.** Geben Sie zu jeder der folgenden prädikatenlogischen Formeln ein Modell und eine nicht-erfüllende Struktur an.

- (a)  $\exists x \forall y (f(f(y)) = x)$
- (b)  $\exists x \exists y (P(x, y) \wedge \neg P(y, x))$
- (c)  $\forall x (f(g(f(x))) \neq g(f(g(x))))$
- (d)  $R(x) \wedge Q(y) \wedge \forall x (\neg R(x) \vee \neg Q(x))$

**Aufgabe 2.** Gegeben seien ein zweistelliges Funktionssymbol  $f$  und ein einstelliges Prädikatensymbol  $R$ . Betrachten Sie die folgenden drei Strukturen:

- $\mathcal{A}_2 = (\mathbb{N}, I_{\mathcal{A}_2})$ , wobei  $f^{\mathcal{A}_2}(x, y) = x \cdot y$ ,  $R^{\mathcal{A}_2} = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ ist eine Primzahl}\}$
- $\mathcal{A}_3 = (\mathbb{R}, I_{\mathcal{A}_3})$ , wobei  $f^{\mathcal{A}_3}(x, y) = x - 2y$ ,  $R^{\mathcal{A}_3} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$

In welchen Strukturen gelten die folgenden Aussagen?

- (a)  $\forall x (R(x) \vee R(f(x, x)))$
- (b)  $\forall x \exists y R(f(x, y))$
- (c)  $\forall x \forall y (f(x, y) = f(y, x))$

**Aufgabe 3.** Sei  $L \subseteq \Sigma^*$  eine Sprache über dem Alphabet  $\Sigma$ .

- (a) Wie ist das Komplement von  $L$  definiert?
- (b) Wann ist  $L$  entscheidbar?
- (c) Wann ist  $L$  semi-entscheidbar ?
- (d) Wann ist  $L$  rekursiv-aufzählbar ?
- (e) Welche Zusammenhänge bestehen zwischen (b), (c) und (d)?
- (f) Wenn  $L$  die Sprache aller erfüllbaren prädikatenlogischen Formeln ist, was wissen sie dann bzgl. (b), (c) und (d)?