Übungsblatt 10

Aufgabe 1 Berechnen Sie die Vorausschautabellen für $k = 1$ zu folgenden Grammatiken.

- $G_1 = (\{id, +, (,)\}, \{E, E', F\}, P_1, E)$, wobei P_1 gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} E &\to FE' \\ E' &\to +FE' \mid \epsilon \\ F &\to (E) \mid id \end{aligned}$$

- $G_2 = (\{id, +, =, num\}, \{S, L, R\}, P_2, S)$, wobei P_2 gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\to L = R \mid L + + \\ L &\to id \\ R &\to L \mid num \end{aligned}$$

Welche der Grammatiken sind $LL(1)$-Grammatiken?

Aufgabe 2 Sei $G = (\{a, +, (,)\}, \{S, F\}, P, S)$, wobei P gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} S &\to (S + F) \\ S &\to F \\ F &\to a \end{aligned}$$

1. Berechnen Sie $First_1$ für jedes Nichtterminal.
2. Geben Sie den erweiterten Itemkellerautomaten für $k = 1$ an.
3. Geben Sie die Vorausschautabelle für $k = 1$ an.
4. Woran erkennen Sie, dass es sich um eine $LL(1)$-Grammatik handelt?
5. Verwenden Sie die Vorausschautabelle, um eine akzeptierende Konfigurationsfolge für $w = (a + a)$ anzugeben.

Aufgabe 3 Sei im Folgenden Σ ein endliches Alphabet und $k \in \mathbb{N}$. Mit $\circ : \Sigma^* \times \Sigma^* \to \Sigma^*$ bezeichnen wir die Konkatenation zweier Wörter. Sei $\diamond_k : \Sigma^* \to \Sigma^{\leq k}$ definiert als

$$\begin{aligned}\diamond_k(a_1 \dots a_n) &= a_1 \dots a_{\min(n,k)} \\ &= \begin{cases} a_1 \dots a_k & \text{falls } k \leq n, \\ a_1 \dots a_n & \text{sonst.} \end{cases}\end{aligned}$$

Sei außerdem $\odot_k : \Sigma^{\leq k} \times \Sigma^{\leq k} \to \Sigma^{\leq k}$ definiert als

$$w_1 \odot_k w_2 = \diamond_k(w_1 \circ w_2).$$

1. Welche Fälle treten bei $\diamond_k(w_1 \circ w_2)$ für $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ auf?

2. Zeigen Sie: Für alle $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ gilt, dass

$$\diamond_k(w_1 \circ w_2) = \diamond_k(\diamond_k(w_1) \circ \diamond_k(w_2)).$$

3. Zeigen Sie, dass $(\Sigma^{\leq k}, \odot_k, \varepsilon)$ ein Monoid ist, also:

   - Für alle $w \in \Sigma^{\leq k}$ gilt $w \odot_k \varepsilon = \varepsilon \odot_k w = w$.
   - Für alle $w_1, w_2, w_3 \in \Sigma^{\leq k}$ gilt $w_1 \odot_k (w_2 \odot_k w_3) = (w_1 \odot_k w_2) \odot_k w_3$.

4. Schließen Sie aus 2, dass $\diamond_k : (\Sigma^*, \circ, \varepsilon) \to (\Sigma^{\leq k}, \odot_k, \varepsilon)$ ein Monoid-Homomorphismus ist, d.h. es gilt $\diamond_k(\varepsilon) = \varepsilon$ und für alle $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ gilt

$$\diamond_k(w_1 \circ w_2) = \diamond_k(w_1) \odot_k \diamond_k(w_2).$$