

Übungsblatt 1

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

- (a) $2^{\{1,2,3\}} \setminus 2^{\{1,2\}}$
- (b) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \{m \in \mathbb{N} \mid m \geq n\}$
- (c) $\bigcup_{a \in \{2,4,6,8,10\}} \left\{ \frac{a}{2}, 5 + \frac{a}{2} \right\}$
- (d) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{n, n+1, n+2\}$

Aufgabe 2. Seien A, B, C Mengen.

- (a) Angenommen $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C \neq \emptyset$ und $B \cap C \neq \emptyset$. Gilt dann auch $A \cap B \cap C \neq \emptyset$?
- (b) Was ist mit der Rückrichtung?

Aufgabe 3. Geben Sie an, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie ihre Antwort.

1. Wenn $x \in A \cup B$, dann ist $x \in A$ und $x \in B$.
2. Wenn $x \in A \cap B$, dann ist $x \in A$ oder $x \in B$.
3. $|2^{A \times B}| = |2^A \times 2^B|$
4. Sei $A \subseteq B$. Dann ist $A \cap B = A$.

Aufgabe 4. Gegeben sei das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

- (a) Es gibt in Σ^* genau 2^n Wörter der Länge n .
- (b) Es gibt in Σ^* genau $2^{n+1} - 1$ Wörter der Länge höchstens n .

Aufgabe 5. Welche Sprachen erzeugen die folgenden Grammatiken?

(a) $G = (V, \Sigma, P, S)$, wobei $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$P = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow aA, B \rightarrow b\}$$

(b) $G = (V, \Sigma, P, S)$, wobei $V = \{S\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$P = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow SS, S \rightarrow ab\}$$

(c) $G = (V, \Sigma, P, S)$, wobei $V = \{S, B, C\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$P = \{S \rightarrow aB, B \rightarrow bC, C \rightarrow Ba, C \rightarrow b\}$$

Aufgabe 6. Otto steht im Treppenhaus des Hölderlingebäudes und läuft die Treppen hoch und runter. Jedes Mal, wenn er eine Stufe hinaufsteigt, notiert er sich ein \uparrow . Jedes Mal, wenn er eine Stufe hinuntersteigt, notiert er sich ein \downarrow . Geben Sie eine Grammatik an, die die Sprache aller Wörter über $\{\uparrow, \downarrow\}$ erzeugt, so dass Otto am Ende wieder an der Anfangsposition steht.