## Übungsblatt 13

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind. Es dürfen primitiv rekursive Funktionen verwendet werden, die in der Vorlesung bereits besprochen wurden.

- (a) f(n) = n!
- (b)  $g(n) = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$
- (c)  $k(n, m) = m^n$

(d) 
$$h(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} x_2 & \text{für } x_1 = 0 \\ x_3 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f(m,n) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+i} j^2$$

primitiv rekursiv ist.

Aufgabe 3. Bestimmen Sie  $\mu f$  für die folgenden Funktionen.

- (a) f(n, x) = n + x
- (b) f(n, x) = n x
- (c) f(n, x) = x n
- (d)  $f(n, x, y) = x n \cdot y$

**Aufgabe 4.** Beweisen Sie, dass die Funktionen  $f(x) = \lceil \log_n(x) \rceil$  und

$$g(x,y) = \begin{cases} y, & \text{wenn } x = 0, \\ \text{undefiniert, sonst.} \end{cases}$$

 $\mu$ -rekursiv ist.