

## Übungsblatt 3

**Aufgabe 1.** Beweisen Sie für beliebige Strukturen  $\mathcal{A}$  das folgende Lemma:

$Th(\mathcal{A})$  ist entscheidbar, genau dann wenn  $Th(\mathcal{A}_{rel})$  entscheidbar ist.

**Aufgabe 2.** Betrachten wir die Struktur  $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ . Formulieren Sie folgende Aussagen mit Hilfe der Prädikatenlogik:

- (a)  $x$  ist eine Primzahl (mit freier Variable  $x$ )
- (b)  $z$  ist der  $ggT$  von  $x$  und  $y$  (mit freien Variablen  $x, y$  und  $z$ )
- (c)  $x$  und  $y$  sind teilerfremd (mit freien Variablen  $x, y$  und  $z$ )
- (d) Es gibt keine grösste Primzahl
- (e) Jede Zahl ausser 1 ist das Produkt einer Primzahl und einer nat. Zahl
- (f) Jede Primzahl ausser 2 ist ungerade
- (g) Die Goldbach'sche Vermutung
- (h) Es gibt unendlich viele Primzahlzwillinge

**Aufgabe 3.** Betrachten Sie die Struktur  $(\mathbb{N}, +, \cdot, s, 0)$ . Verdeutlichen Sie sich das Prinzip von Gödels  $\beta$ -Funktion und beschreiben Sie mit deren Hilfe die folgenden Aussagen:

- (a)  $x^y = z$  (mit freien Variablen  $x, y$  und  $z$ )
- (b) Formulieren Sie den grossen fermatschen Satz
- (c) Formulieren Sie das Collatz Problem