

Übungsblatt 5

Aufgabe 1. Gegeben seien zwei abzählbare lineare Ordnungen ohne kleinstes und ohne größtes Element. Sind die Ordnungen isomorph?

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Menge der natürlichen Zahlen nicht in der reellen Arithmetik definierbar ist (ohne zu verwenden, dass $\text{Th}(\mathbb{N}, +, \cdot)$ unentscheidbar ist).

Aufgabe 3. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $\text{Th}(\mathbb{C}, +, \cdot)$ ist entscheidbar.

(b) $\text{Th}(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ ist unentscheidbar.

Hinweis: Verwenden Sie für b) den Satz von Lagrange: Jede natürliche Zahl lässt sich als Summe vierer Quadratzahlen schreiben.