

## Übungsblatt 5

**Aufgabe 1.** Gegeben seien zwei abzählbare lineare Ordnungen ohne kleinstes und ohne größtes Element. Sind die Ordnungen isomorph?

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass die Menge der natürlichen Zahlen nicht in der reellen Arithmetik definierbar ist (ohne zu verwenden, dass  $\text{Th}(\mathbb{N}, +, \cdot)$  unentscheidbar ist).

**Aufgabe 3.** Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a)  $\text{Th}(\mathbb{C}, +, \cdot)$  ist entscheidbar.

(b)  $\text{Th}(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  ist unentscheidbar.

*Hinweis:* Verwenden Sie für b) den Satz von Lagrange: Jede natürliche Zahl lässt sich als Summe vierer Quadratzahlen schreiben.