Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 6

Aufgabe 1. Betrachten Sie die Struktur $(A, P, G, S_1, S_2, S_3, S_4)$ mit

- A ist die Menge aller Punkte und Geraden im $\mathbb{R}^2$.
- $P = \{x \mid x \text{ ist ein Punkt.}\}$
- $G = \{x \mid x \text{ ist eine Gerade.}\}$
- $S_1 = \{(x, y) \mid x \text{ ist ein Punkt auf der Geraden } y.\}$
- $S_2 = \{(x, y) \mid x \text{ und } y \text{ sind parallele Geraden.}\}$
- $S_3 = \{(x, y) \mid x \text{ und } y \text{ sind orthogonale Geraden.}\}$
- $S_4 = \{(x, y, z) \mid x \text{ ist der Spiegelpunkt von } y \text{ bezüglich der Geraden } z.\}$

Formulieren Sie mit Hilfe der Prädikatenlogik die folgenden Aussagen (mit freien Variablen) in dieser Struktur:

(a) Der Punkt x ist der einzige Schnittpunkt der Geraden y und z.

(b) Der Punkt x ist Mittelpunkt der Strecke zwischen den Punkten y und z.

(c) Die Geraden x, y und z schließen ein (rechtwinkliges) Dreieck ein.

(d) Die Geraden x, y und z schließen ein gleichschenkliges Dreieck ein.

Aufgabe 2. Welche der folgenden prädikatenlogischen Formeln gelten in dieser Struktur?

(a) $\forall x \forall y \forall z((S_3(x, y) \wedge S_3(x, z)) \to S_2(y, z))$

(b) $\forall x \forall y((P(x) \wedge G(y)) \to \exists z(S_1(x, z) \wedge S_2(y, z)))$

(c) $\forall w \forall x \forall y((P(w) \wedge P(x) \wedge G(y)) \to \exists z(S_1(z, y) \wedge S_4(x, z, y)))$

(d) $\forall w \forall x \forall y \forall z((S_4(w, x, y) \wedge S_3(y, z)) \to (S_1(w, z) \leftrightarrow S_1(x, z)))$

Aufgabe 3. Ist die Theorie dieser Struktur entscheidbar?