

## Übungsblatt 9

**Aufgabe 1.** Wiederholen Sie die Theorie endlicher Automaten und zeigen Sie den Abschluss der regulären Sprachen unter

- Komplementbildung,
- Vereinigung,
- Schnitt,
- Homomorphismen und
- inversen Homomorphismen.

**Aufgabe 2.** Betrachten Sie die Struktur  $(\mathbb{N}, 0, s)$ , wobei  $s$  die Nachfolgerfunktion ist ( $s(n) = n + 1$ ). Beschreiben Sie das Induktionsaxiom mit Hilfe eines MSO-Satz!

Induktionsaxiom: Jede Teilmenge der natürlichen Zahlen, die die 0 enthält und für jedes Element in der Teilmenge auch dessen Nachfolger enthält, ist bereits die Menge aller natürlichen Zahlen.

**Aufgabe 3.** Betrachten Sie die Klasse der endlichen, gerichteten Graphen. Eine Struktur definiert nun einen Graphen, wobei die Knotenmenge das Universum ist und die zweistellige Relation  $E$  die Menge der gerichteten Kanten beschreibt. Stellen Sie MSO-Sätze für die folgenden Aussagen auf:

- Der Graph ist stark zusammenhängend.
- Der Graph ist bipartit (= der unterliegende, ungerichtete Graph ist bipartit).
- Der Graph ist ein Baum mit einer Wurzel.