Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 3

Aufgabe 1
Wir betrachten lineare Ordnungen auf Σ^*, wobei $\Sigma = \{a, b\}$. Definiere die *lexikographische Ordnung* $<_{\mathsf{lex}}$ durch

$$u <_{\mathsf{lex}} v \iff u \text{ ist echtes Präfix von } v \text{ oder}$$
$$\text{es existieren } x, y, z \in \Sigma^* \text{ mit } u = xay \text{ und } v = xbz$$

und die *längen-lexikographische Ordnung* $<_{\mathsf{llex}}$ durch

$$u <_{\mathsf{llex}} v \iff |u| < |v| \text{ oder } (|u| = |v| \text{ und } u <_{\mathsf{lex}} v).$$

Zeigen Sie, dass die Relationen $<_{\mathsf{lex}}$ und $<_{\mathsf{llex}}$ synchron-rational sind.

Aufgabe 2
Sei $L \subseteq \Sigma^*$ regulär und $n \geq 1$. Zeigen Sie durch Konstruktion eines endlichen Automaten, dass die Sprache

$$\{w_1 \otimes \cdots \otimes w_n \mid w_1, \ldots, w_n \in L\} \subseteq (\Sigma_\#^n)^*$$

auch regulär ist.

Aufgabe 3
Beweisen oder widerlegen Sie!

(a) $(\mathbb{N}, \leq)$ ist automatisch präsentierbar.

(b) Sei $M \subseteq \mathbb{N}$ (einstellige Relation), dann ist $(\mathbb{N}, M)$ automatisch präsentierbar.

(c) Wenn $(\mathbb{N}, R_1)$ und $(\mathbb{N}, R_2)$ automatisch präsentierbar sind, dann ist auch $(\mathbb{N}, R_1, R_2)$ automatisch präsentierbar.

Hinweis: Wie viele automatisch präsentierbare Strukturen gibt es insgesamt? Wie viele nicht isomorphe Strukturen $(\mathbb{N}, \leq, M)$ für $M \subseteq \mathbb{N}$ gibt es?