

Übungsblatt 5

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Anzahl der Nullstellen von $f(x) = x^4 - x^2 - 1$ im Intervall $(-2, 2)$ mit dem Satz von Sturm und Tarski.

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Klasse der endlichen, gerichteten Graphen. Eine Struktur definiert nun einen Graphen, wobei die Knotenmenge das Universum ist und die zweistellige Relation E die Menge der gerichteten Kanten beschreibt. Stellen Sie MSO-Sätze für die folgenden Aussagen auf:

- (a) Der Graph ist stark zusammenhängend.
- (b) Der Graph ist bipartit (= der unterliegende, ungerichtete Graph ist bipartit).
- (c) Der Graph ist ein Baum mit einer Wurzel.

Aufgabe 3

Geben Sie MSO-Formeln an, die die folgenden regulären Sprachen definieren:

- (a) $L_1 = L((a|b)^*a)$
- (b) $L_2 = \{w \in \Sigma^+ \mid w \text{ beginnt und endet auf } b\}$
- (c) $L_3 = L(b(a|b)^*b)$
- (d) $L_4 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{Die Anzahl der } a \text{ ist gerade}\}$