Klausur zur Vorlesung „Compilerbau“

WS 2018/19 / 15. März 2019

Vorname: ______________________________

Nachname: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Aufgabe	**Punktzahl**	**Erreicht**
1	14	
2	10	
3	10	
4	4	
5	4	
6	8	
$\mathbf{\Sigma}$	50	

Generelle Hinweise:

- Prüfungsdauer: **60 Minuten**
- Hilfsmittel: Ein beidseitig beschriebenes DIN-A4-Blatt.
- Benutzen Sie ein **dokumentenechtes Schreibgerät**. Schreiben Sie **nicht mit roter Farbe**.
- Überprüfen Sie die Ihnen ausgehändigte Klausur auf Vollständigkeit: **6 Aufgaben** auf **6 Seiten**.
- Tragen Sie **auf jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer** in die entsprechenden Felder ein.
- Schreiben Sie ihre Lösungen in die dafür vorgesehenen Felder. Reicht der Platz in einem Feld nicht aus, so benutzen Sie die Rückseite des entsprechenden Blattes und vermerken dies auf der Vorderseite. Reicht der Platz dennoch nicht aus, können Sie die Aufsicht nach zusätzlichen Blättern fragen.

Zur Erinnerung:

Definition. *Sei $k \in \mathbb{N}$. Eine Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ heißt $LL(k)$*-Grammatik*, wenn für jede Linksableitung $S \to^* wA\beta$, wobei $w \in \Sigma^*$, $A \in N$ und $\beta \in (\Sigma \cup N)^*$ gilt: Für jedes Paar von Produktionen $A \to \alpha_1, A \to \alpha_2 \in P$ mit $\alpha_1 \neq \alpha_2$ gilt, dass* $\mathrm{First}_k(\alpha_1\beta) \cap \mathrm{First}_k(\alpha_2\beta) = \emptyset$.

Aufgabe 1. (14 Punkte) Sei $r \in \mathcal{E}_{\{a,b\}}$ mit $r = ab^* \mid b^*a$. Konstruieren Sie den Berry-Sethi-Automaten zu r. Geben Sie für jeden Teilausdruck die Werte der Funktionen empty, first, last und next an.

Lösung: Durchnummerieren der Terminalzeichen:

$$r' := \mathrm{num}(r) = [1,a][2,b]^* \mid [3,b]^*[4,a].$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{empty}(r') &= \mathrm{empty}([1,a][2,b]^*) \vee \mathrm{empty}([3,b]^*[4,a]) \\
&= (\mathrm{empty}([1,a]) \wedge \mathrm{empty}([2,b]^*)) \vee (\mathrm{empty}([3,b]^*) \wedge \mathrm{empty}([4,a])) \\
&= (f \wedge t) \vee (t \wedge f) = f \\
\mathrm{empty}([2,b]) &= \mathrm{empty}([3,b]) = f
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{first}(r') &= \mathrm{first}([1,a][2,b]^*) \cup \mathrm{first}([3,b]^*[4,a]) \\
&= \mathrm{first}([1,a]) \cup (\mathrm{first}([3,b]^*) \cup \mathrm{first}([4,a])) \\
&= \mathrm{first}([1,a]) \cup \mathrm{first}([3,b]) \cup \mathrm{first}([4,a]) \\
&= \{[1,a]\} \cup \{[3,b]\} \cup \{[4,a]\} \\
&= \{[1,a],[3,b],[4,a]\} \\
\mathrm{first}([2,b]^*) &= \mathrm{first}([2,b]) = \{[2,b]\}
\end{aligned}$$

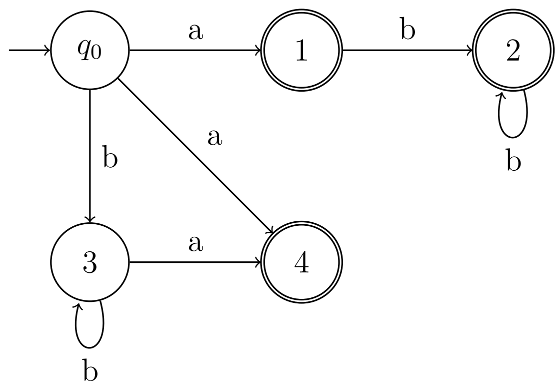
$$\begin{aligned}
\mathrm{last}(r') &= \mathrm{last}([1,a][2,b]^*) \cup \mathrm{last}([3,b]^*[4,a]) \\
&= (\mathrm{last}([1,a]) \cup \mathrm{last}([2,b]^*)) \cup \mathrm{last}([4,a]) \\
&= \mathrm{last}([1,a]) \cup \mathrm{last}([2,b]) \cup \mathrm{last}([4,a]) \\
&= \{[1,a]\} \cup \{[2,b]\} \cup \{[4,a]\} \\
&= \{[1,a],[2,b],[4,a]\} \\
\mathrm{last}([3,b]^*) &= \mathrm{last}([3,b]) = \{[3,b]\}
\end{aligned}$$

Lösung:

$\text{next}(r') = \emptyset$

- $\text{next}([1,a][2,b]^*) = \text{next}(r') = \emptyset$
  - $\text{next}([1,a]) = \text{first}([2,b]^*) \cup \text{next}([1,a][2,b]^*) = \{[2,b]\}$
  - $\text{next}([2,b]^*) = \text{next}([1,a][2,b]^*) = \emptyset$
    - $\text{next}([2,b]) = \text{first}([2,b]) \cup \text{next}([2,b]^*) = \{[2,b]\}$
- $\text{next}([3,b]^*[4,a]) = \text{next}(r') = \emptyset$
  - $\text{next}([3,b]^*) = \text{first}([4,a]) = \{[4,a]\}$
    - $\text{next}([3,b]) = \text{first}([3,b]) \cup \text{next}([3,b]^*) = \{[3,b],[4,a]\}$
  - $\text{next}([4,a]) = \text{next}([3,b]^*[4,a]) = \emptyset$

Damit ergibt sich der folgende NDEA:



Aufgabe 2. (10 Punkte) Sei $G = (\{A, B, C, D\}, \{a\}, P, A)$, wobei P gegeben ist durch

$$\begin{aligned} A &\to B \mid CC \\ B &\to BD \\ C &\to a \\ D &\to a \end{aligned}$$

Reduzieren Sie die Grammatik, indem Sie den Algorithmus aus der Vorlesung verwenden. Geben Sie sowohl die Grammatik nach dem Entfernen nicht erreichbarer, als auch die Grammatik nach dem Entfernen nicht produktiver Nichtterminale an.

Lösung:

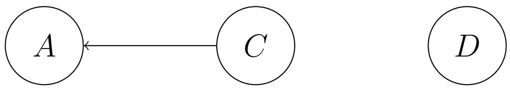
	$A{\to}B$	$A{\to}CC$	$B{\to}BD$	$C{\to}a$	$D{\to}a$	W	R
	1	1	2	0	0	$\{C \to a, D \to a\}$	$\emptyset$
$C \to a$	1	0	2	0	0	$\{A \to CC, D \to a\}$	$\{C\}$
$D \to a$	1	0	1	0	0	$\{A \to CC\}$	$\{C, D\}$
$A \to CC$	1	0	1	0	0	$\emptyset$	$\{A, C, D\}$

Grammatik nach dem Entfernen nicht produktiver Nichtterminale:

$G' = (\{A, C, D\}, \{a\}, P', A)$, wobei P' gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\to CC \\ C &\to a \\ D &\to a \end{aligned}$$

Erreichbarkeitsgraph:



Grammatik nach dem Entfernen nicht erreichbarer Nichtterminale:

$G'' = (\{A, C\}, \{a\}, P'', A)$, wobei P'' gegeben ist durch:

$$\begin{aligned} A &\to CC \\ C &\to a \end{aligned}$$

Aufgabe 3. Sei $G = (N, \{a, b, c\}, P, S)$, wobei $N = \{S, A, B\}$ und P gegeben ist durch

$$\begin{aligned} S &\to BAa \\ A &\to \varepsilon \mid cB \\ B &\to \varepsilon \mid b \end{aligned}$$

(a) (2 Punkte) Geben Sie $\mathrm{First}_1(X)$ für alle $X \in N$ an.

Lösung:

$$\begin{aligned} \mathrm{First}_1(S) &= \{a, b, c\} \\ \mathrm{First}_1(A) &= \{c, \varepsilon\} \\ \mathrm{First}_1(B) &= \{b, \varepsilon\} \end{aligned}$$

(b) (2 Punkte) Geben Sie $\mathrm{Follow}_1(X)$ für alle $X \in N$ an.

Lösung:

$$\begin{aligned} \mathrm{Follow}_1(S) &= \{\varepsilon\} \\ \mathrm{Follow}_1(A) &= \{a\} \\ \mathrm{Follow}_1(B) &= \{a, c\} \end{aligned}$$

(c) (6 Punkte) Geben Sie die Vorausschautabelle für stark $LL(1)$ an.

Lösung:

$$\begin{aligned} S \to BAa&: \mathrm{First}_1(BAa) \odot_1 \mathrm{Follow}_1(S) = \{a, b, c\} \\ A \to \varepsilon&: \mathrm{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \mathrm{Follow}_1(A) = \{a\} \\ A \to cB&: \mathrm{First}_1(cB) \odot_1 \mathrm{Follow}_1(A) = \{c\} \\ B \to \varepsilon&: \mathrm{First}_1(\varepsilon) \odot_1 \mathrm{Follow}_1(B) = \{a, c\} \\ B \to b&: \mathrm{First}_1(b) \odot_1 \mathrm{Follow}_1(B) = \{b\} \end{aligned}$$

	a	b	c	ε
S	$S \to BAa$	$S \to BAa$	$S \to BAa$	
A	$A \to \varepsilon$		$A \to cB$	
B	$B \to \varepsilon$	$B \to b$	$B \to \varepsilon$	

Aufgabe 4. (4 Punkte) Sei $G = (\{A\}, \{a, b\}, P, A)$, wobei P gegeben ist durch

$$A \to Aa \mid Ab \mid \varepsilon$$

Geben Sie eine $LL(1)$-Grammatik G' an mit $L(G') = L(G)$.

Lösung: $G' = (\{A\}, \{a, b\}, P', A)$, wobei P' gegeben ist durch

$$A \to aA \mid bA \mid \varepsilon$$

Aufgabe 5. (4 Punkte) Sei $k \in \mathbb{N}$. Geben Sie eine Grammatik G an mit $G \in LL(k+1)$, aber $G \notin LL(k)$.

Lösung: $G = (\{A\}, \{a\}, P, A)$, wobei P gegeben ist durch

$$A \to a^{k+1} \mid a^k$$

Aufgabe 6. (8 Punkte) Sei $G = (\{A\}, \{a, b\}, P, A)$, wobei P gegeben ist durch

$$A \to Aa \mid b$$

(a) Geben Sie $\mathrm{First}_k(A)$ für $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$ an.

Lösung: $\mathrm{First}_k(A) = \{ba^{i-1} \mid 1 \leq i \leq k\}$

(b) Zeigen Sie, dass es kein $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$ gibt mit $G \in LL(k)$.

Lösung: Sei $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 1$. Betrachte die Linksableitung $A \to^k Aa^k$. Es gilt

$$\begin{aligned}\mathrm{First}_k(Aaa^k) &= \mathrm{First}_k(A) \odot_k \{a\} \odot_k \{a^k\} = \{ba^{k-1}\} \\ \mathrm{First}_k(ba^k) &= \{ba^{k-1}\}\end{aligned}$$

D.h. $\mathrm{First}_k(Aaa^k) \cap \mathrm{First}_k(ba^k) = \{ba^{k-1}\} \neq \emptyset$ und somit ist $G \notin LL(k)$.