

Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Welche der folgenden Probleme sind entscheidbar, welche semi-entscheidbar?

- (a) Ist eine prädiaktenlogische Formel F weder gültig noch unerfüllbar?
- (b) Ist eine Prädikatenlogische Formel F mit einem einstelligen Prädikatensymbol ohne Gleichheit und ohne Funktionssymbole erfüllbar?
- (c) Ist eine Prädikatenlogische Formel F in Pränexform ohne Allquantoren erfüllbar?

Aufgabe 2

Sei $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ die Struktur mit

- Trägermenge \mathbb{N} ,
- zwei zweistelligen Funktionssymbolen $+$ und \cdot , die mit Addition und Multiplikation interpretiert werden
- und dem zweistelligen Relationssymbol $=$, das mit Gleichheit interpretiert wird.

Formulieren Sie folgende Aussagen in $(\mathbb{N}, +, \cdot)$ mit Hilfe der Prädikatenlogik:

- (a) x ist eine Primzahl (mit freier Variable x).
- (b) z ist der ggT von x und y (mit freien Variablen x , y und z).
- (c) x und y sind teilerfremd (mit freien Variablen x , y und z).
- (d) Es gibt keine größte Primzahl.
- (e) Jede Zahl außer 1 ist das Produkt einer Primzahl und einer natürlichen Zahl.
- (f) Jede Primzahl außer 2 ist ungerade.
- (g) Jede gerade Zahl, die größer als 2 ist, ist Summe zweier Primzahlen.
- (h) Es gibt unendlich viele Primzahlen p so, dass $p + 2$ auch eine Primzahl ist.