

# Übungsblatt 1

## Aufgabe 1

Welche der folgenden Probleme sind entscheidbar, welche semi-entscheidbar?

- (a) Ist eine prädiaktenlogische Formel  $F$  weder gültig noch unerfüllbar?
- (b) Ist eine Prädikatenlogische Formel  $F$  mit einem einstelligem Prädikatensymbol ohne Gleichheit und ohne Funktionssymbole erfüllbar?
- (c) Ist eine Prädikatenlogische Formel  $F$  in Pränexform ohne Allquantoren erfüllbar?

## Aufgabe 2

Sei  $(\mathbb{N}, +, \cdot)$  die Struktur mit

- Trägermenge  $\mathbb{N}$ ,
- zwei zweistelligen Funktionssymbolen  $+$  und  $\cdot$ , die mit Addition und Multiplikation interpretiert werden
- und dem zweistelligen Relationssymbol  $=$ , das mit Gleichheit interpretiert wird.

Formulieren Sie folgende Aussagen in  $(\mathbb{N}, +, \cdot)$  mit Hilfe der Prädikatenlogik:

- (a)  $x$  ist eine Primzahl (mit freier Variable  $x$ ).
- (b)  $z$  ist der ggT von  $x$  und  $y$  (mit freien Variablen  $x$ ,  $y$  und  $z$ ).
- (c)  $x$  und  $y$  sind teilerfremd (mit freien Variablen  $x$  und  $y$ ).
- (d) Es gibt keine größte Primzahl.
- (e) Jede Zahl außer 1 ist das Produkt einer Primzahl und einer natürlichen Zahl.
- (f) Jede Primzahl außer 2 ist ungerade.
- (g) Jede gerade Zahl, die größer als 2 ist, ist Summe zweier Primzahlen.
- (h) Es gibt unendlich viele Primzahlen  $p$  so, dass  $p + 2$  auch eine Primzahl ist.