Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Grundlagen der Theoretischen Informatik
SS 2021

# Übungsblatt 4

**Aufgabe 1.**
Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

(a) Wenn $L$ eine reguläre Sprache ist und $u, v \in L$, dann gilt $uv \in L$.

(b) Wenn $L$ eine reguläre Sprache ist, dann ist auch die Menge $\mathrm{Pref}(L)$ aller Präfixe von Wörtern aus $L$ regulär.

(c) Wenn $L$ eine reguläre Sprache ist, dann existiert ein NFA mit genau einem Startzustand und genau einem Endzustand, der $L$ erkennt.

(d) Wenn $K$ und $L$ regulär sind, dann ist auch $K \setminus L$ regulär.

(e) Wenn $L^*$ regulär ist, dann ist auch $L$ regulär.

(f) Wenn $L$ regulär ist, dann ist auch $\{w^r \mid w \in L\}$ regulär, wobei wenn $w = a_1 \dots a_n$ gilt, dann ist $w^r = a_n \dots a_1$ (siehe Blatt 2, Aufgabe 1).

(g) Für jede Sprache $L$ sind $L \cap \overline{L}$ und $L \cup \overline{L}$ regulär.

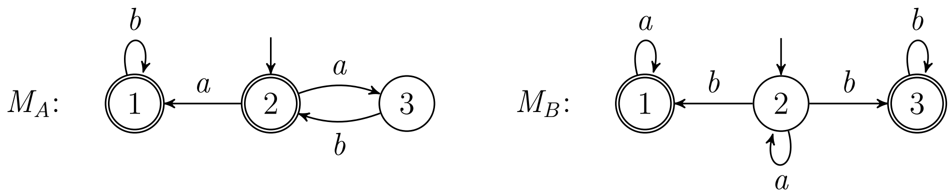
**Aufgabe 2.** Geben Sie endliche Automaten und reguläre Ausdrücke an, die die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ erkennen bzw. definieren.

(a) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ endet mit } b \text{ und enthält das Teilwort } abc\}$.

(b) $\{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ ist gerade}\}$.

(c) $\{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält nicht das Teilwort } aba\}$.

**Aufgabe 3.** Gegeben sind die folgenden NFAs $M_A, M_B$.




Konstruieren Sie NFAs, die die folgenden Sprachen erkennen:

(a) $T(M_A) \cdot T(M_B)$ (Konkatenation)

(b) $T(M_B)^*$

(c) $T(M_A)^+$

(d) $T(M_A) \cap T(M_B)$ (Kreuzproduktautomat)

(e) $T(M_A) \cup T(M_B)$

**Aufgabe 4.** Sei $L_0$ eine Sprache über einem endlichen Alphabet $\Sigma$, wobei es zu jedem $a \in \Sigma$ ein Wort $w \in L_0$ gebe mit $w = av$, $v \in \Sigma^+$. Sei $L_i$ für $i \geq 1$ definiert durch

$$L_i = \{h(w) \mid w \in L_{i-1}\}^*, \quad \text{wobei } h(w) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{falls } w = \varepsilon \\ v, & \text{falls } w = va, v \in \Sigma^*, a \in \Sigma \end{cases}$$

Zeigen Sie: Die resultierende Sprache $L = \lim_{i \to \infty} L_i$ ist regulär.
*Hinweis:* Zeigen Sie zunächst, dass das Verfahren terminiert, also dass es ein $n \geq 1$ gibt mit $L_n = L_{n+1}$. Danach müssen Sie $L = L_n$ betrachten.