

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Vertex-Cover). Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Eine Teilmenge $C \subseteq V$ ist eine *Knotenüberdeckung* von G , falls für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt: $\{u, v\} \cap C \neq \emptyset$. Angenommen es gäbe einen Algorithmus, der, gegeben einen ungerichteten Graph G und eine natürliche Zahl k , in Polynomialzeit entscheiden kann, ob eine Knotenüberdeckung von G mit maximal k Knoten existiert. Zeigen Sie, dass es dann einen Algorithmus gäbe, der in Polynomialzeit eine minimale Knotenüberdeckung von G finden kann.

Aufgabe 2 (Nondeterministic Logspace). Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *azyklisch*, falls es keine Folge paarweise verschiedener, durch Kanten verbundener Knoten v_1, \dots, v_n gibt mit $v_1 = v_n$ (beispielsweise ist jeder Baum azyklisch).

Gehört das Problem

Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Ist G azyklisch?

zur Komplexitätsklasse **NL**?

Aufgabe 3 (Deterministic Logspace). Gehört das Problem

Eingabe: Eine natürliche Zahl N in *unärer* Kodierung.

Frage: Ist N eine Primzahl?

zur Komplexitätsklasse **L**?

Aufgabe 4 (Satz von Savitch). Ermitteln Sie die Laufzeit des Algorithmus auf Folie 35. Berechnen Sie also den Zeitmehraufwand, der benötigt wird, um eine nichtdeterministische Turingmaschine mit nur quadratischem Platzmehraufwand deterministisch zu simulieren.

Zur Erinnerung: Der Satz von Savitch besagt, dass für Funktionen $s \in \Omega(\log n)$ gilt, dass $\text{NSPACE}(s) \subseteq \text{DSPACE}(s^2)$ ist.