

## Übungsblatt 2

**Aufgabe 1** (Matrixmultiplikation nach Strassen). Berechnen Sie mit Hilfe von Strassens Algorithmus das folgende Matrixprodukt

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass die *Vandermonde*-Matrix

$$V(a_0, \dots, a_{n-1}) = \begin{pmatrix} 1 & a_0 & a_0^2 & \dots & a_0^{n-1} \\ 1 & a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-1}^2 & \dots & a_{n-1}^{n-1} \end{pmatrix}$$

genau dann invertierbar ist, wenn die Zahlen  $a_0, \dots, a_{n-1}$  paarweise verschieden sind. Beweisen Sie dazu, dass

$$\det V(a_0, \dots, a_{n-1}) = \prod_{0 \leq i < j < n} (a_j - a_i).$$

**Aufgabe 3** (Schnelle Fouriertransformation).

- (a) Berechnen Sie mit Hilfe der FFT die diskrete Fouriertransformation für das Polynom  $f(x) = x + 2x^2 + 3x^3$  über  $\mathbb{C}$ .
- (b) Berechnen Sie  $(x + 2) \cdot (2x - 1)$  mit Hilfe der FFT.

**Aufgabe 4.** Seien  $A, B \subseteq \{1, \dots, 10n\}$  Mengen mit  $|A| = |B| = n$ . Wir möchten die Menge

$$C := \{a + b : a \in A, b \in B\}$$

und die Anzahlen berechnen, wie oft ein Element  $c \in C$  als Summe von Elementen aus  $A$  und  $B$  darstellbar ist. Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit  $\mathcal{O}(n \log n)$  an, der das Problem löst.