

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.

Seien A, B und C Mengen. Beweisen Sie die folgenden Identitäten:

1. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
2. $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
3. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

Aufgabe 2.

Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

1. $2^{\{1,2,3\}} \setminus 2^{\{1,2\}}$
2. $2^{2^{\{1,2\}}}$
3. $\bigcup_{a \in \{2,4,6,8,10\}} \left\{ \frac{a}{2}, 5 + \frac{a}{2} \right\}$
4. $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{n, n+1, n+2\}$

Aufgabe 3.

Beweisen Sie:

1. Für alle Mengen A ist $\bigcup_{a \in A} \{a\} = A$.
2. $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} \{m \in \mathbb{N} \mid m \geq n\} = \emptyset$
3. $\bigcap_{\varepsilon \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \{x \in \mathbb{R} \mid |x - \pi| \leq |\varepsilon|\} = \{\pi\}$

Aufgabe 4. Beweisen Sie:

1. $(\bigcap_{i \in I} A_i) \cup B = \bigcap_{i \in I} (A_i \cup B)$
2. $(\bigcup_{i \in I} A_i) \cap B = \bigcup_{i \in I} (A_i \cap B)$

Aufgabe 5.

Seien A_1, A_2 und A_3 Mengen. Beweisen oder widerlegen Sie:

Ist $A_1 \cap A_2 \neq \emptyset$, $A_1 \cap A_3 \neq \emptyset$ und $A_2 \cap A_3 \neq \emptyset$, so ist auch $\bigcap_{i \in \{1,2,3\}} A_i \neq \emptyset$.