

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

1. Lösen Sie die folgende Gleichung mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes:
 $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 8.$
2. Zeigen Sie, dass für $n \geq 1$ folgende Gleichung erfüllt ist:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k = 0$$

Aufgabe 2 Zeichnen Sie die folgenden Graphen planar:

- (a) K_4
- (b) $K_{2,4}$
- (c) C_5
- (d) P_5

Aufgabe 3 Gegeben ein ungerichteter Graph

$$G = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{(1, 2), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 5), (3, 4)\}).$$

- (a) Zeichnen Sie G .
- (b) Bestimmen Sie $G \setminus \{3\}$
- (c) Bestimmen Sie $G \setminus \{(1, 2)\}$
- (d) Bestimmen Sie $G[1, 2, 5]$
- (e) Geben Sie die Nachbarschaft der Knoten 2 und 4 an!
- (f) Geben Sie den Grad aller Knoten an!
- (g) Bestimmen Sie einen Weg der Länge 3 vom Knoten 1 zum Knoten 3.
- (h) Ist G zusammenhängend?
- (i) Ist G bipartit?

(j) Ist G planar? (Geben sie ggf. eine planare Zeichnung an!)

Aufgabe 4 Seien $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ Graphen und $f : V_1 \rightarrow V_2$ so, dass $\{x, y\} \in E_1 \Leftrightarrow \{f(x), f(y)\} \in E_2$. Sind die folgenden Behauptungen richtig oder falsch?

1. Sind G_1 und G_2 isomorph und ist G_1 planar, so ist auch G_2 planar.
2. Ist f injektiv und ist G_1 planar, so ist auch G_2 planar.
3. Ist f surjektiv und ist G_1 planar, so ist auch G_2 planar.

Aufgabe 5 Beweisen Sie, dass jeder ungerichtete Graph $G = (V, E)$ ($|V| \geq 2$) mindestens 2 Knoten mit gleichem Grad hat!

Aufgabe 6 Wie viele Graphen mit n Knoten gibt es?

Aufgabe 7 Beweisen Sie: C_n ist bipartit genau dann, wenn n gerade ist.