Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

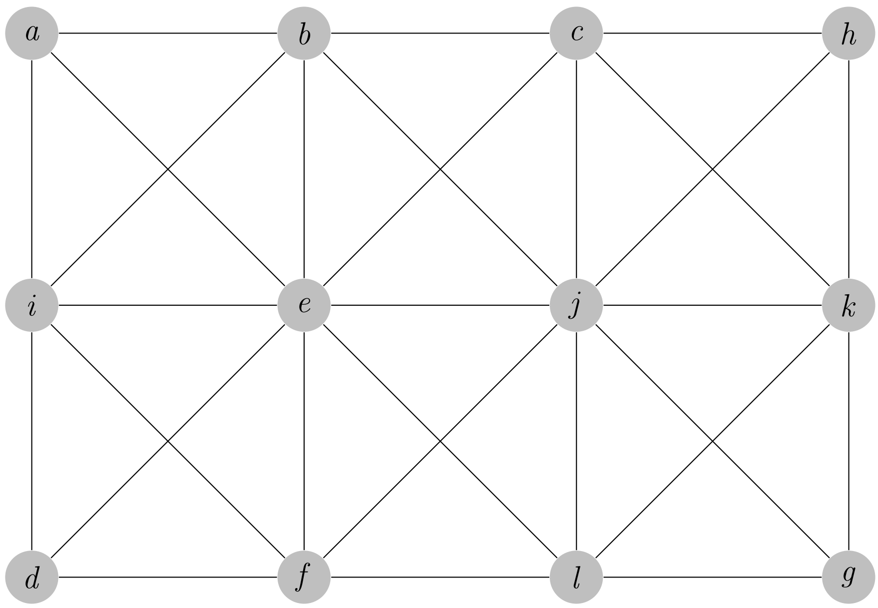
Diskrete Mathematik für Informatiker
WS 2015/2016

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

1. $\chi(K_n) = n$
2. $\chi(K_{m,n}) = 2$
3. $\chi(P_n) = 2$
4. Falls n gerade: $\chi(C_n) = 2$, falls n ungerade: $\chi(C_n) = 3$

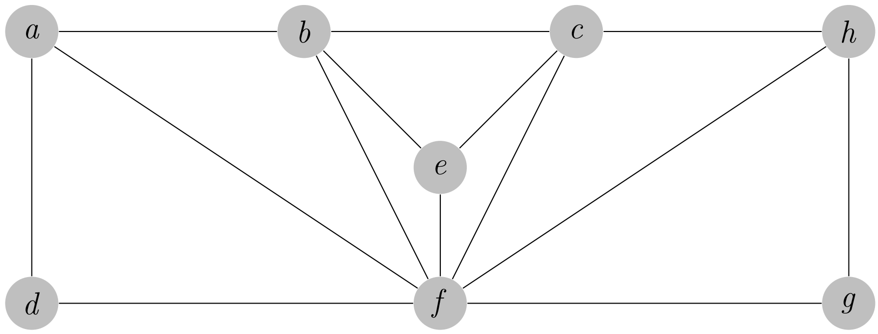
Aufgabe 2 Sei $G_{n,m}$ der Graph bestehend aus $n \cdot m$ Quadraten, wobei jeweils n Quadrate untereinander und m Quadrate nebeneinander liegen. Zusätzlich sind die beiden diagonal gegenüber liegenden Punkte in einem Quadrat miteinander verbunden. Z.B ist $G_{3,2}$=



Bestimmen Sie, welche der $G_{n,m}$ planar sind. Tipp: Untersuchen Sie zunächst $G_{1,n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$, anschließend $G_{2,2}$ und schließlich alle anderen $G_{n,m}$.

Aufgabe 3 Sei G ein Baum mit 6 Knoten. Wie viele Blätter kann G enthalten?

Aufgabe 4 Gegeben sei folgender Graph G:



Bestimmen Sie $\chi(G)$ und geben Sie eine 4-Färbung an.

Aufgabe 5 Beweisen Sie: Für einen Graphen mit m Kanten gilt

$$\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}$$

Hinweis: Nehmen Sie an, ihr Graph hat $\chi(G)$ Farbklassen. Was können Sie dann für die Anzahl der Kanten zwischen den Farbklassen folgern?

Aufgabe 6 Wie viele Kreise der Länge r enthält der vollständige Graph K_n?

Aufgabe 7 Beweisen Sie: Ist $G = (V, E)$ ein Baum mit $|V| \geq 2$, so hat jeder Knoten v den Grad $d_G(v) \geq 1$ und für die Summe aller Knotengrade gilt $\sum_{v \in V} d_G(v) = 2(|V| - 1)$. Gilt auch die Rückrichtung dieser Aussage?