

Übungsblatt 9

Aufgabe 1

- Beweisen Sie: K_n besitzt für $n \geq 3$ einen Hamiltonkreis.
- Sei G ein Graph mit $n \geq 3$ Knoten. Wie viele Kanten muss G mindestens enthalten, damit G auf jeden Fall einen Hamiltonkreis besitzt?

Aufgabe 2 Das Komplement eines Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $\overline{G} = (V, \overline{E})$ mit $\{u, v\} \in \overline{E}$ genau dann, wenn $\{u, v\} \notin E$. Ein Graph G heißt selbstkomplementär, wenn G isomorph zu \overline{G} ist. Beweisen Sie, dass in jedem selbstkomplementären Graphen mit n Knoten gilt: $n \equiv 0 \pmod{4}$ oder $n \equiv 1 \pmod{4}$.

Aufgabe 3 Beweisen Sie: Ist (G, \circ) eine Gruppe und $a, b \in G$, so gibt es ein eindeutiges $c \in G$ mit $a \circ c = b$.

Aufgabe 4 Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen: In jeder Gruppe (G, \circ) mit neutralem Element e gilt für alle $a, b \in G$

- $a \circ a = a \circ b \Rightarrow a = b$
- $a \circ a = b \circ b \Rightarrow a = b$
- $a^5 = a \Rightarrow a^4 = a$
- $a^5 = e \wedge a^4 = e \Rightarrow a = e$

Aufgabe 5 Zeigen Sie, dass es eine Gruppe G und Elemente $a, b \in G$ gibt, so dass die Gleichung $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$ nicht erfüllt ist.