

## Übungsblatt 12

**Aufgabe 1** Berechnen Sie mit Hilfe des euklidischen Algorithmus den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen  $m$  und  $n$  ( $ggT(m, n)$ ) und geben Sie den  $ggT(m, n)$  als Linearkombination von  $m$  und  $n$  an ( $ggT(m, n) = x \cdot m + y \cdot n$  mit  $x, y \in \mathbb{Z}$ ):

- (a)  $m = 18, n = 30$
- (b)  $m = 34, n = 55$
- (c)  $m = 810, n = 2008$

**Aufgabe 2** Geben Sie die Primfaktorzerlegung der folgenden Zahlen an:

- (a) 1024
- (b) 3072
- (c) 15360
- (d) 30030

**Aufgabe 3** Beweisen Sie, dass für ganze Zahlen  $a$  und  $b$  gilt:

$$a \cdot b = ggT(a, b) \cdot kgV(a, b)$$

Anmerkung:  $kgV(a, b)$  ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen  $a$  und  $b$

**Aufgabe 4** Berechnen Sie die folgenden Werte der Euler'schen Funktion:

- (a)  $\varphi(9)$
- (b)  $\varphi(35)$
- (c)  $\varphi(143)$
- (d)  $\varphi(1024)$

**Aufgabe 5** Finden Sie  $x \in \mathbb{Z}_{210}$  mit den Bedingungen:

$$1 = x \pmod{3}$$

$$3 = x \pmod{7}$$

$$5 = x \pmod{10}$$

**Aufgabe 6** 17 chinesische Piraten erbeuten eine Truhe mit Goldstücken. Beim Versuch, diese gleichmäßig zu verteilen, bleiben 7 Goldstücke übrig. Um diese entbrennt ein heftiger Streit, bei dem einer der Piraten das Leben lässt. Die verbleibenden 16 Piraten versuchen erneut, die Goldstücke gerecht zu verteilen, behalten jedoch 11 Stücke übrig. Bei der folgenden Auseinandersetzung geht wieder einer der Streitenden über Bord. Den 15 Überlebenden gelingt dann die Teilung. Wie viele Goldstücke müssen es mindestens gewesen sein?