

## Übungsblatt 2

**Aufgabe 1.** Beweisen oder widerlegen Sie die Erfüllbarkeit der folgenden Formeln und Formelmengen:

- a)  $A \vee B \vee \neg A$
- b)  $A \wedge B \wedge \neg A$
- c)  $A \wedge (B \vee \neg A)$
- d)  $A \vee (B \wedge \neg A)$
- e)  $(A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (B \vee \neg C \vee D) \wedge (\neg A \vee B \vee \neg D) \wedge (A \vee C \vee D)$
- f)  $(A \vee B \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee C)$
- g)  $\{\bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^n L_{i,j} \mid n \in \mathbb{N}\}$ , wobei  $L_{i,j} = \begin{cases} A_j, & \text{wenn } i = j, \\ \neg A_j, & \text{wenn } i \neq j \end{cases}$

**Aufgabe 2.** Welche der folgenden Folgerungsbeziehungen  $F_1, \dots, F_k \models F$  sind wahr? Geben Sie jeweils einen Beweis an oder eine Belegung  $\mathcal{B}$  mit  $\mathcal{B} \models F_i$  für alle  $1 \leq i \leq k$  und  $\mathcal{B} \not\models F$ .

- a)  $\neg A \vee \neg B, A \vee (B \wedge \neg C) \models A \vee C$
- b)  $A \vee B, B \vee C, B \rightarrow (A \wedge C) \models C \rightarrow A$
- c)  $A \rightarrow B, (B \leftrightarrow C) \rightarrow A \models (C \rightarrow A) \rightarrow B$

**Aufgabe 3.** Wahr oder falsch? Begründen Sie ihre Antwort!

- a)  $F \vee G$  erfüllbar  $\Rightarrow F$  erfüllbar
- b)  $F \wedge G$  erfüllbar  $\Rightarrow F$  erfüllbar
- c)  $F \rightarrow G$  gültig  $\Rightarrow G$  erfüllbar
- d)  $F \leftrightarrow G$  erfüllbar  $\Rightarrow F \leftrightarrow G$  gültig
- e)  $F \wedge G$  unerfüllbar  $\Rightarrow F$  unerfüllbar oder  $G$  unerfüllbar
- f)  $F \vee G$  gültig  $\Rightarrow F$  erfüllbar oder  $G$  erfüllbar