

Übungsblatt 8

Aufgabe 1. Sind die folgenden prädikatenlogischen Formeln erfüllbar, unerfüllbar oder gültig? Geben Sie ein Modell an, falls die Formel erfüllbar ist. Begründen Sie Ihre Antwort im Falle der Gültigkeit / Unerfüllbarkeit.

- a) $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$
- b) $\forall x (R(x, y) \wedge f(x) = y)$
- c) $\exists x P(f(x, g(x))) \wedge \forall x \neg P(f(x, x))$
- d) $\exists y \forall x R(x, y) \rightarrow \forall x \exists y R(x, y)$
- e) $\forall y \exists x (f(x) = y) \wedge \exists x \exists y (x \neq y \wedge f(x) = f(y))$
- f) $\forall x R(x, x) \wedge \forall x \forall y (x \neq y \rightarrow S(x, y)) \wedge \forall x \forall y (S(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \neg R(x, y)$
- g) $\forall x (f(g(x)) = x) \wedge \exists x (g(f(x)) \neq x)$

Aufgabe 2. Sei G eine prädikatenlogische Formel, in der x nicht als freie Variable vorkommt. Zeigen Sie, dass dann für jede Struktur \mathcal{A} und jedes d im Universum gilt, dass $\mathcal{A}(G) = \mathcal{A}_{[x/d]}(G)$.

Aufgabe 3. Seien F, G beliebige prädikatenlogische Formeln. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- a) $\exists x F \vee \exists x G \equiv \exists x (F \vee G)$
- b) $\exists x F \wedge \exists x G \equiv \exists x (F \wedge G)$

Aufgabe 4. Gegeben sei die folgende Formel

$$F = \exists x \left((\exists y R(x, y)) \rightarrow \exists r R(r, f(y, z)) \right) \wedge \forall x \neg \exists z (P(z) \wedge \forall w R(x, w)).$$

- a) Berechnen Sie eine Formel G in BPF, die zu F äquivalent ist.
- b) Berechnen Sie eine Skolemform von G .