

# Übungsblatt 1

**Aufgabe 1.** Sei  $C$  ein sequentieller Schaltkreis mit einem Inputbit  $x$ , einem Outputbit  $y$  und zwei internen Bits  $z_1, z_2$ , definiert durch die Funktionen (siehe Folie 7)

$$f_y(x, z_1, z_2) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } z_1 = 0, \\ z_2, & \text{wenn } z_1 = 1, \end{cases}$$

und

$$f_z(x, z_1, z_2) = (1, x).$$

- (a) Zeichnen Sie den zu  $C$  gehörige Transitionsgraphen  $T$ .
- (b) Welche Knoten in  $T$  sind von dem Knoten  $(0, 0, 0)$  erreichbar?

**Aufgabe 2.** Gegeben seien die  $\omega$ -Wörter

$$- p^\omega \qquad - pqr^\omega \qquad - (pqr)^\omega,$$

und die LTL-Formeln

$$- G(p \rightarrow Fq) \qquad - GF(p \wedge Xq) \qquad - G((p \vee q) U r).$$

Bestimmen Sie, welche Formeln von welchen  $\omega$ -Wörtern erfüllt werden.

**Aufgabe 3.** Seien  $\varphi$  und  $\psi$  LTL-Formeln. Betrachten Sie die folgenden Operatoren:

- (a)  $\varphi \mathbf{N} \psi$ : "Beim nächsten Mal, wenn  $\varphi$  gilt, gilt auch  $\psi$ ." (At next)
- (b)  $\varphi \mathbf{W} \psi$ : " $\varphi$  gilt mindestens so lange, wie  $\psi$  gilt." (While)
- (c)  $\varphi \mathbf{B} \psi$ : "Wenn irgendwann  $\psi$  gilt, gilt davor  $\varphi$ ." (Before)

Formalisieren Sie diese Definitionen durch Angabe von LTL-Formeln.

**Aufgabe 4.** Welche Äquivalenzen gelten für alle LTL-Formeln  $\varphi, \psi, \theta$ ? Beweisen oder widerlegen Sie.

- (a)  $GFG\varphi \equiv FG\varphi$
- (b)  $F(\varphi \wedge \psi) \equiv F\varphi \wedge F\psi$
- (c)  $\varphi U (\psi U \theta) \equiv (\varphi U \psi) U \theta$