

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (Matrixmultiplikation nach Strassen)

Berechnen Sie mit Hilfe von Strassens Algorithmus das folgende Matrixprodukt

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die *Vandermonde*-Matrix

$$V(a_0, \dots, a_{n-1}) = \begin{pmatrix} 1 & a_0 & a_0^2 & \dots & a_0^{n-1} \\ 1 & a_1 & a_1^2 & \dots & a_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-1}^2 & \dots & a_{n-1}^{n-1} \end{pmatrix}$$

genau dann invertierbar ist, wenn die Zahlen a_0, \dots, a_{n-1} paarweise verschieden sind. Beweisen Sie dazu, dass

$$\det V(a_0, \dots, a_{n-1}) = \prod_{0 \leq i < j < n} (a_j - a_i).$$

Aufgabe 3 (Schnelle Fouriertransformation)

- (a) Berechnen Sie mit Hilfe der FFT die diskrete Fouriertransformation für das Polynom $f(x) = x + 2x^2 + 3x^3$ über \mathbb{C} .
- (b) Berechnen Sie $(x + 2) \cdot (2x - 1)$ mit Hilfe der FFT.

Aufgabe 4

Seien $A, B \subseteq \{1, \dots, 10n\}$ Mengen mit $|A| = |B| = n$. Wir möchten die Menge

$$C := \{a + b : a \in A, b \in B\}$$

und die Anzahlen berechnen, wie oft ein Element $c \in C$ als Summe von Elementen aus A und B darstellbar ist. Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $\mathcal{O}(n \log n)$ an, der das Problem löst.