

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

- (a) Zeichnen Sie den Entscheidungsbaum für Mergesort auf einem Array der Länge 3.
- (b) Zeichnen Sie den Entscheidungsbaum für *Bubblesort* auf einem Array der Länge 3.

Aufgabe 2

Bei der unteren Schranke für vergleichsbasierte Sortieralgorithmen sind wir davon ausgegangen, dass alle Elemente des Input-Arrays paarweise verschieden sind. Betrachten Sie nun den Fall, dass Elemente im Input-Array möglicherweise mehrfach vorkommen können. Berechnen Sie eine untere Schranke für die Anzahl der Vergleiche.

Hinweis: Ordered Bell numbers.

Aufgabe 3

Existiert ein vergleichsbasierter Sortieralgorithmus und eine Zahl $c > 0$, so dass gilt: Der Anteil aller Eingabelisten der Länge n , auf dem der Algorithmus höchstens $c \cdot n$ Vergleiche macht, ist mindestens $\frac{1}{2^n}$.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass für die n -te harmonische Zahl H_n gilt

$$\ln(n+1) \leq H_n \leq \ln(n) + 1.$$

Hinweis: $\ln(n) = \int_1^n \frac{1}{x} dx$.