

Diskrete Mathematik für Informatiker

WS 2016/2017

Übung 3

1. Sind die folgenden Aussagen im mathematischen Sinne wahr oder falsch?
 - a) Eine unüberdachte Straße ist genau dann nass, wenn es geregnet hat.
 - b) Wenn n eine Primzahl ist, dann ist n ungerade.
 - c) Wenn eine Wand gelb ist, dann ist sie gelb oder grün.
 - d) Wenn die Erde eine Scheibe ist, dann ist $1=1$.
 - e) Wenn $3=4$ ist, dann ist $10=20$.
 - f) Jede natürlich Zahl ist größer als 10 oder kleiner als 100.
 - g) Es ist $0=0$ oder $1=1$.

2. Geben Sie eine Bijektion von A nach B an.
 - a) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$
 - b) A ist die Menge der natürlichen Zahlen, B ist die Menge der geraden natürlichen Zahlen
 - c) A ist die Menge der geraden ganzen Zahlen, B ist die Menge der ungeraden ganzen Zahlen
 - d) A ist die Menge der durch k teilbaren natürlichen Zahlen, B ist die Menge der durch m teilbaren natürlichen Zahlen
 - e) $A = 2^{\mathbb{N}}$, $B = 2^{\mathbb{Z}}$

3. Bestimmen Sie die Äquivalenzklassen der folgenden Relationen:

a) $R_1 \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$
 $R_1 = \{(a, b) \mid 5 \mid (a - b)\}$

b) $R_2 \subseteq \text{Menschen in Deutschland} \times \text{Menschen in Deutschland}$
 $R_2 = \{(a, b) \mid a \text{ und } b \text{ wohnen im selben Bundesland}\}$

Lösung zu Übung 3

1. a) Falsch, denn eine (unüberdachte) Straße kann auch aus anderen Gründen nass sein.
b) Falsch, da 2 eine Primzahl ist.
c) Richtig.
d) Richtig, da $1 = 1$ wahr ist.
e) Richtig, da aus etwas Falschem alles folgt.
f) Richtig, denn für alle $n > 10$ gilt $n > 10$ und für alle $n \leq 10$ gilt $n < 100$.
g) Richtig.

2. a) $f(x) = \begin{cases} a & \text{falls } x = 1 \\ b & \text{falls } x = 2 \\ c & \text{falls } x = 3 \end{cases}$

b) $f(x) = 2 * x$

c) $f(x) = x - 1$

d) $f(x) = (x/k) * m$

e) Zunächst ist eine Bijektion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ gegeben durch:

$$f(x) = \begin{cases} x/2 & x \text{ gerade} \\ -(x+1)/2 & x \text{ ungerade} \end{cases}$$

Diese lässt sich erweitern zu einer Bijektion $g : 2^{\mathbb{N}} \rightarrow 2^{\mathbb{Z}}$:

$$g(X) = \{y \mid x \in X \wedge f(x) = y\}$$

3. a) $\{z \in \mathbb{Z} \mid \exists y \in \mathbb{Z}. z = x + 5 * y\}$ für $x = 0, \dots, 4$
b) $\{x \mid x \text{ wohnt in Bundesland } B\}$ für alle Bundesländer B